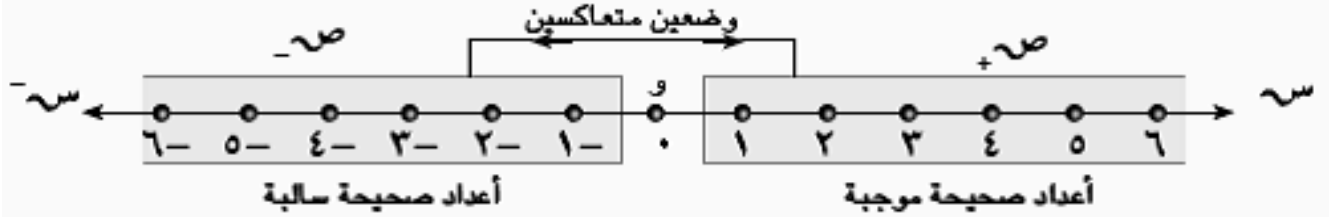


الوحدة الأولى: الأعداد الصحيحة

1- مجموعة الأعداد الصحيحة

الحياة مليئة بأمثلة كثيرة بها وضعان متعاكسان أحدهما يمكن التعبير عنه في (ط) والآخر لا يمكن التعبير عنه في (ط).

تم الاتفاق على اعتبار أن الأعداد بعد نقطة الصفر (و) جهة اليمين موجبة $+$ والأعداد جهة اليسار سالبة $-$ وتم تمثيلها على خط الأعداد كما بالشكل التالي:-

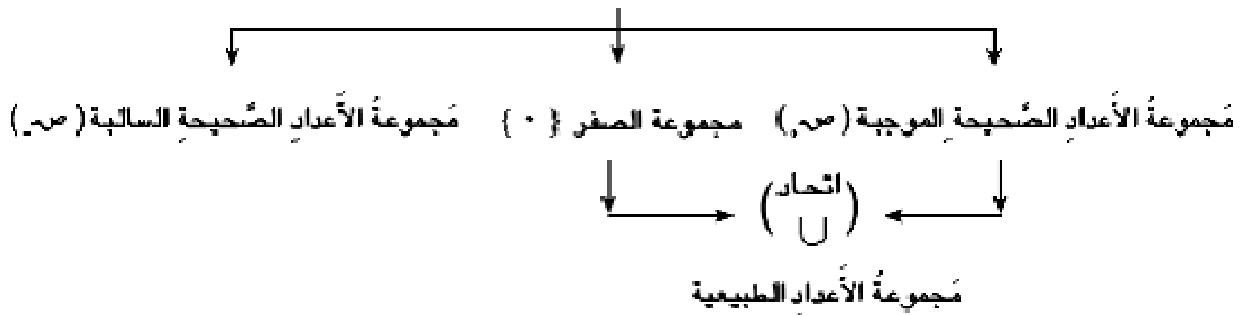


واعتبرت الأعداد $\{1+, 2+, 3+, 4+, \dots\}$ أعداداً صحيحة موجبة ورمزها $+$
- والأعداد $\{1-, 2-, 3-, 4-, \dots\}$ أعداداً صحيحة سالبة ورمزها $-$.

لاحظ: مجموعة الأعداد الصحيحة غير منتهية وممتدة عن يمينها ويسارها بلا حدود.
الصفر ليس عددا موجبا وليس عددا سالبا

$$ط \supset ص \quad ص+ \supset ص \quad ص- \supset ص \quad \{0\} \supset ص$$

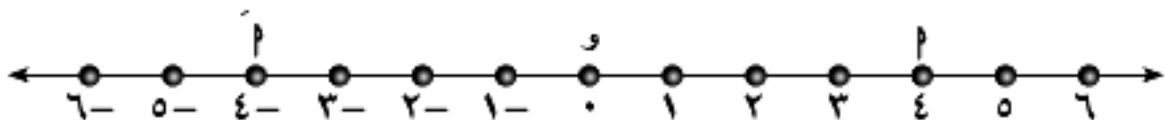
مجموعة الأعداد الصحيحة



القيمة المطلقة للعدد الصحيح:

القيمة المطلقة للعدد الصحيح (P) هي :-

المسافة بين موقع العدد P وموقع الصفر على خط الأعداد، وهي دائماً موجبة ،
ويُرمز لها بالرمز $|P|$



تدريبات

١. مثل الأعداد التالية على خط الأعداد الصحيحة، بوضع الرمز (×)

٤- ، ٥- ، صفر ، ٢- ، ١- ، ٧



٢. أكمل ما يلي:-

$\mathbb{N} \cap \mathbb{P} = \dots$ $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \dots$ $\mathbb{N} - \mathbb{P} = \dots$
 $\mathbb{N} - \mathbb{P} = \dots$ $\mathbb{P} \cup \mathbb{N} = \dots$ $\mathbb{N} \cup \{0\} = \dots$
 $\mathbb{N} - \mathbb{P} = \dots$ $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \dots$
 مكمل \mathbb{N} بالنسبة إلى \mathbb{P} مكمل \mathbb{P} بالنسبة إلى \mathbb{N}
 مكمل \mathbb{P} بالنسبة إلى \mathbb{N} هو أصغر عدد موجب
 مجموعة الأعداد الفردية \cup مجموعة الأعداد الزوجية =
 $|-45| = \dots$

٣. ضع الرمز المناسب \supset ، $\not\supset$ ، $\not\subset$ ، \subset فيما يلي:-

$\{0\} \dots \mathbb{N}$ $\frac{3}{5} \dots \mathbb{N}$ $3- \dots \mathbb{N}$ $\frac{5-5}{7} \dots \mathbb{N}$
 $\frac{9}{7+7} \dots \mathbb{N}$ $\{3- , \frac{7}{11}\} \dots \mathbb{N}$ $5- \dots \mathbb{N}$
 $\{15\} \dots \mathbb{N}$ $\mathbb{N} \dots \mathbb{P}$ $2 \div (3 + |9 - |) \dots \mathbb{N}$

٤. ضع كلمة (صواب) أو (خطأ) أمام كل عبارة مما يلي مع ذكر السبب:

الصفر $\in \mathbb{N}$ (السبب:)
 $\mathbb{N} \cap \mathbb{P} = \emptyset$ (السبب:)
 $\mathbb{N} \cup \mathbb{P} = \mathbb{N}$ (السبب:)
 $\{3-\} \in \mathbb{N}$ (السبب:)

٥. أوجد قيمة P التي تجعل العبارات التالية صحيحة:

$\{P, 1, 0, 3-\} \in 5-$
 $\{3-, 2, 5\} \cap \{3-, 2-, 5\} \in P$
 $\{0, 2, 4, 3-, 2-\} = \{2-, 0, 2\} \cup \{3, P\}$
 $\{3-, 5, 2-\} \cap \{3-, 5-, 2\} \in P$

٦. حدّد قيم العدد الصحيح (ب) في الحالات التالية:

$$ب = |-٦|$$

$$١٧ = |ب|$$

$$ب = |-٥|$$

$$٥ = |ب|$$

٧. أوجد القيمة المطلقة للأعداد الصحيحة التالية:

$$-٥٦: \dots\dots\dots$$

$$٧٨: \dots\dots\dots$$

$$-٣٢١: \dots\dots\dots$$

$$٢١: \dots\dots\dots$$

$$٠: \dots\dots\dots$$

$$-١٠: \dots\dots\dots$$

٨. اكتب معكوس كل من الأعداد:

$$٩ \dots\dots\dots$$

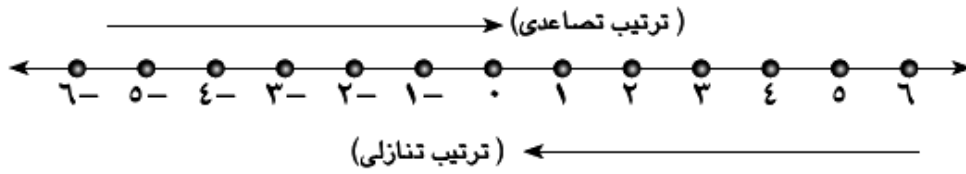
$$\text{صفر} \dots\dots\dots$$

$$-٧ \dots\dots\dots$$

$$٥٣ \dots\dots\dots$$

٢- ترتيب الأعداد الصحيحة والمقارنة بينها

(أ) كلاً من مجموعة الأعداد الطبيعية ، ومجموعة الأعداد الصحيحة مرتبة كما هو مبين على خط الأعداد التالي :



١- مرتبة تصاعدياً (من الأصغر إلى الأكبر) كلما اتجهنا من اليسار إلى اليمين .

٢- مرتبة تنازلياً (من الأكبر إلى الأصغر) كلما اتجهنا من اليمين إلى اليسار .

(ب) عند المقارنة بين أي عددين صحيحين فإن العدد الذي يقع على يمين الآخر هو الأكبر والعكس صحيح .

ومعنى ذلك أن :-

..... > ٥- > ٤- > ٣- > ٢- > ١- > صفر > ١- > ٢- > ٣- > ٤- > ٥- > (ترتيب تصاعدي)
 < ٥- < ٤- < ٣- < ٢- < ١- < صفر < ١ < ٢ < ٣ < ٤ < ٥ < (ترتيب تنازلي)

تدريبات

١. اكتب الأعداد الصحيحة عند النقط P ، ب ، ج ، د على خط الأعداد:



٢. أكمل الفراغ بوضع علامة < أو > أو = فيما يلي:

٣.....٥- ٤.....٤- ٥.....٣- ٨.....٥-
 ٢.....|٤-| ٧.....|٣-|+٤ |٥|.....|٥-|

٣. رتب الأعداد الصحيحة التالية:

٠ ، ٢٢ ، ١٨- ، ٥٠ ، ٣- ، ٧- (تصاعدياً).....
 ٩- ، ١٧ ، |٩-| ، ١٥- ، ١٦ (تصاعدياً).....
 ٩- ، ٠ ، ٧ ، ١٥- (تنازلياً).....
 ٧ ، ٥- ، ٤ ، ٣- ، ١١- ، ١ (تنازلياً).....
 ٣ ، ٣٠- ، |٨-| ، ٠ ، ١١ (تنازلياً).....

٤. اكتب الأعداد الصحيحة المحصورة بين كل عددين صحيحين مما يلي:

-: ٥ ، ١-: ٧- ، ٠
.....: ٣- ، ٢: ٣- ، ٣

٥. اكتب العدد الصحيح السابق والعدد الصحيح التالي لكل عدد صحيح فيما يلي:

- > ١٢ > > صفر > > ٥ >
..... > ١ > > ١٠ > > ١ >

٦. اكتب أقرب عدد صحيح يجعل العبارات التالية صحيحة:

- < ٤- > ٢ < صفر <
..... > ٦- < |٦-| > صفر >

٧. اكتب مجموعة الأعداد الصحيحة المعبرة عن كل حالة مما يلي:

- س > ٥-
..... س < ٣
..... ٣- > س > ٣

٨. حدد المقدار الثابت الذي تتزايد الأعداد الصحيحة فيما يلي ثم أكمل بثلاثة أعداد تليها مباشرة:

-: المقدار الثابت: ٥٠- ، ٤٠- ، ٣٠- ،
.....: المقدار الثابت: ١٥- ، ١٠- ، ٥- ،
.....: المقدار الثابت: ٢- ، ٠ ، ٢- ، ٤- ،
.....: المقدار الثابت: ٢٠- ، ١٨- ، ١٦- ،
.....: المقدار الثابت: ٤- ، ٠ ، ٤- ،
.....: المقدار الثابت: ١٠- ، ٩- ، ٨- ،

٣- جمع وطرح الأعداد الصحيحة

أولاً الجمع:-

لو متشابهين

نجمع بنفس

الإشارة

لو مختلفين

نحط إشارة الكبير

ونطرح الكبير-الصغير

١- جمع عددين صحيحين موجبين مماثل لجمع الأعداد الطبيعية

٢- جمع عددين صحيحين سالبين = عددًا صحيحًا سالب

٣- جمع عددين صحيحين أحدهما موجب والآخر سالب

= عددًا صحيحًا قد يكون موجبًا أو سالبًا.

مثال أوجد ناتج:-

$$٣ + ٣ = \text{صفر} \quad ٤ - = (٤ -) + ٠ \quad ٨ - = (٥ -) + (٣ -) \quad ١ - = (٥ -) + ٤$$

خواص عملية الجمع في ص:

الانغلاق: عملية الجمع مغلقة في ص ،

بمعنى أن ناتج جمع أي عددين صحيحين هو عدد صحيح

إذا كان $p \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ ، فإن $p + b = j \in \mathbb{Z}$

الإبدال: عملية جمع أي عددين صحيحين إبدالية،

إذا كان p ، b عددين صحيحين فإن $p + b = b + p$

المُحايد الجمعي:- **الصفر** هو المُحايد الجمعي في ص ، كما كان مُحايدًا جمعيًا في ط .

إذا كان p عددًا صحيحًا فإن: $p = p + ٠ = ٠ + p$

المعكوس الجمعي:- كل عدد صحيح موجب p على خط الأعداد الصحيحة يقابله عدد

صحيح سالب $-p$ بحيث ناتج جمعهما = صفرًا ، أي أن:

$$p + (-p) = ٠ \quad (-p) + p = ٠ \quad \text{صفر}$$

لاحظان ١. معكوس العدد صفر هو صفر لأن $٠ = ٠ + ٠$

٢. معكوس العدد $-p$ هو $(-p)$

الدمج:- عملية الجمع دمج في ص ، كما كانت دمج في ط .

معنى ذلك : إذا كان p ، b ، j أعدادًا صحيحة فإن:

$$(b + p) + j = j + (b + p) = j + b + p$$

مثال استخدم خواص الجمع في صـ لإيجاد ناتج: $13 + 27 + 13$ مع ذكر الخاصية المستخدمة:-

الدمج	$(13 + 27) + 13 = 13 + 27 + 13$
الإبدال	$(27 + 13) + 13 =$
الدمج	$27 + (13 + 13) =$
المعكوس الجمعي	$27 + 0 =$
المحايد الجمعي	$27 =$

ثانياً الطرح:- معنى عملية الطرح $a - b = b + (-a)$ مثال أوجد ناتج:-

$$6 - 9 = 3 - 6 \quad 13 - 8 = 5 - 8 \quad 6 - 11 = 5 - 11$$

خواص عملية الطرح في صـ:

الانغلاق: عملية الطرح مُغلقة في صـ ،
بمعنى أن ناتج طرح أيّ عددين صحيحين هو عدد صحيح

إذا كان $a \in \mathbb{Z}$ ، $b \in \mathbb{Z}$ فإن $a - b = b + (-a) \in \mathbb{Z}$

الإبدال: عملية الطرح ليست إبدالية في صـ ،

إذا كان a, b عددين صحيحين فإن $a - b \neq b - a$

الدمج:- عملية الطرح ليست دمجية في صـ ،
معنى ذلك :

إذا كان a, b, c أعداداً صحيحة فإن: $(a - b) - c \neq a - (b - c)$

تدريبات

١- أوجد ناتج ما يلي:

$$12 + 7 = \dots \quad -2 + 8 = \dots \quad 3 + |-3| = \dots$$

$$-5 + 5 = \dots \quad -19 - (-11) = \dots \quad -5 + 2 = \dots$$

$$-77 + (-3 + 77) = \dots$$

٢- استخدم خط الأعداد لتمثيل عمليات الجمع والطرح التالية:

- ٥ - ٥ -
..... ٦ - ٤
..... ٧ + ٥ -
..... |٩-| - ١٩
..... (٣ -) - ٢

٣- اكمل لإيجاد الناتج فيما يلي مع كتابة الخاصية المستخدمة في كل خطوة:

- خاصية ((١١٦-)+.....)+ ١١٦ = (١١٦-) + ١٩٠ + ١١٦
..... خاصية (١٩٠+.....)+ ١١٦ =
..... خاصية (١٩٠+ (.....+ ١١٦) =
..... خاصية ١٩٠+..... =
..... خاصية =

٤- استخدم خواص الجمع والطرح في ص لإيجاد ناتج (مع ذكر الخاصية المستخدمة): -

١٥-٨+٥ -	(١٠١٥-) + ١٨٠ + ٢٠١٥
=	=
=	=
=	=
=	=
٤١+٤+٤-	١٣١+١٧+١٢٠-
=	=
=	=
=	=
=	=

$$10 + 29 + 10 =$$

=

=

=

=

٥. تحقق من خاصية انغلاق الجمع والطرح على \mathbb{Z} = $\{-1, 1, 0\}$

الجمع لأن

الطرح لأن

٦. تحقق من خاصية انغلاق الجمع والطرح على \mathbb{Z} = $\{-5, 8, 6, -2\}$

الجمع لأن

الطرح لأن

٧. غواصة على عمق ٧٠ متراً تحت مستوى سطح البحر ، ارتفعت ٥٠ متراً ، استخدم العملية الحسابية المناسبة لحساب الغمق الجديد للغواصة.

٨. أودعت هناء بالبنك مبلغاً من المال قدره ٧٥٠٠ جنيهاً ، ثم سحبت منه مبلغاً قدره ٣٢١١ جنيهاً ، ثم أودعت مبلغاً آخر قدره ١٥١٠ جنيهاً . كم يصبح رصيد هناء بالبنك؟

٩. في إحدى ليالي الشتاء أشار مذياع النشرة الجوية إلى أن درجة الحرارة بالقاهرة 18°C ، وفي موسكو -4°C . احسب الفرق في درجات الحرارة بين القاهرة وموسكو.

١٠. سجل ميزان الحرارة درجة الحرارة بمدينة سانت كاترين الساعة الثالثة بعد منتصف الليل -1°C ، بينما في فترة الظهيرة سجلت درجة الحرارة 3°C . احسب الزيادة في درجة الحرارة

٤- ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة

أولاً: الضرب:

$$\begin{array}{l} + = + \times + \\ + = - \times - \\ - = + \times - \\ - = - \times + \end{array}$$

حاصل ضرب عددين صحيحين موجبيين = عددًا صحيحًا موجبًا

حاصل ضرب عددين صحيحين سالبين = عددًا صحيحًا موجبًا

حاصل ضرب عددين صحيحين أحدهما سالب والآخر موجب = عددًا صحيحًا سالبًا

مثال أوجد ناتج:-

$$٢٠ = ٥ \times ٤ = (٥-) \times ٤ \quad ١٦- = ٢ \times ٨- \quad ١٥ = ٥- \times ٣- \quad ٤٥ = ٩ \times ٥$$

خواص عملية الضرب في ص:

الانغلاق: عملية الضرب مغلقة في ص،

بمعنى أن ناتج ضرب أي عددين صحيحين هو عدد صحيح

إذا كان $٢ \in \mathbb{V}$ ، $٣ \in \mathbb{V}$ فإن $٢ \times ٣ = ٦ \in \mathbb{V}$

الإبدال: عملية ضرب أي عددين صحيحين إبدالية،

إذا كان ٢ ، ٣ عددين صحيحين فإن $٢ \times ٣ = ٣ \times ٢$

المُحايد الضربي: **الواحد** هو المُحايد الضربي في ص، كما كان مُحايدًا ضربيًا في ط.

إذا كان ٢ عددًا صحيحًا فإن: $٢ = ٢ \times ١ = ١ \times ٢$

الدمج: عملية الضرب دمجية في ص، كما كانت دمجية في ط.

معنى ذلك: إذا كان ٢ ، ٣ ، ٤ أعدادًا صحيحة فإن:

$$(٢ \times ٣) \times ٤ = ٢ \times (٣ \times ٤) = ٢ \times ١٢ = ٢٤$$

التوزيع: يُقصد بها توزيع عملية الضرب على عملية الجمع وال طرح

$$(٢ + ٣) \times ٤ = ٢ \times ٤ + ٣ \times ٤ = ٨ + ١٢ = ٢٠$$

مثال ٢:- أوجد الناتج في كُلِّ حالة مما يلي بطريقتين مع ذكر الخاصية المستخدمة

$$\begin{array}{l} ١٧- \times ١١٢ + ١٧ \times ١١٢ \\ \text{التوزيع} \quad ((١٧-) + ١٧) ١١٢ = \\ \text{المعكوس الجمعي} \quad ١١٢ \times \text{صفر} = \\ \text{صفر} = \\ \text{صفر} = ١٧ \times (١١٢-) + ١٧ \times ١١٢ \\ \text{المعكوس الجمعي} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} ((٧-) + ٢-) \times ٦ \\ ٧- \times ٦ + ٢- \times ٦ = \text{(خاصية التوزيع)} \\ ٥٤- = (٤٢-) + ١٢- = \\ \text{حل آخر} \quad ((٧-) + ٢-) \times ٦ \\ ٥٤- = ٩- \times ٦ = \text{(الجمع داخل القوس ثم الضرب)} \end{array}$$

ثانياً: القسمة:

$$\begin{array}{l} + = + \div + \\ + = - \div - \\ - = + \div - \end{array}$$

خارج قسمة عددين صحيحين لهما نفس الإشارة = عددًا صحيحًا موجبًا
خارج قسمة عددين صحيحين مختلفي الإشارة = عددًا صحيحًا سالبًا
مثال أوجد ناتج:-

$$3- = (-4) \div 12 \quad 4- = 2 \div 8- \quad 6 = (-5) \div 30- \quad 6 = 3 \div 18$$

خواص عملية القسمة في ص:

الانغلاق: عملية القسمة ليست مغلقة في ص، أي أنها ليست دائماً ممكنة في ص

الإبدال: عملية القسمة ليست إبدالية في ص،

$$p \div b \neq b \div p$$

إذا كان p ، b عددين صحيحين فإن

الدمج:- عملية القسمة ليست دمجية في ص،

معنى ذلك:

إذا كان p ، b ، j أعداداً صحيحة فإن: $(p \div b) \div j \neq p \div (b \div j)$

الخاصية	الجمع	الضرب	الطرح	القسمة
<u>الانغلاق</u>	مغلقة $2 + 3 = 5 \in \mathbb{V}$	مغلقة $2 \times 3 = 6 \in \mathbb{V}$	مغلقة $2 - 3 = -1 \in \mathbb{V}$	ليست مغلقة $2 \div 3 \notin \mathbb{V}$
<u>الإبدال</u>	إبدالية $2 + (3-) = (3-) + 2$	إبدالية $2 \times 3 = 3 \times 2$	ليست إبدالية $2 - 3 \neq 3 - 2$	ليست إبدالية $2 \div 4 \neq 4 \div 2$
<u>الدمج</u>	دامجة $1 + (3-) + 2 = 1 + ((3-) + 2) = (1 + (3-)) + 2$	دامجة $1 \times (3-) \times 2 = 1 \times ((3-) \times 2) = (1 \times (3-)) \times 2$	ليست دمجية $2 - ((3-) - 5) \neq (2 - (3-)) - 5$	ليست دمجية $2 \div ((4-) \div 12) \neq (2 \div (4-)) \div 12$
<u>المحايد</u>	<u>الصفري (0)</u>	<u>الواحد (1)</u>	لا يوجد	لا يوجد
<u>المعكوس</u>	يوجد معكوس 3 هو 3- معكوس 2 هو 2- معكوس 0 هو 0	لا يوجد	لا يوجد	لا يوجد
<u>توزيع الضرب على الجمع والطرح</u>				
		$((5-) + 2-) \times 3 = 5- \times 3 + 2- \times 3 =$	$(2-5) \times 3 = 2 \times 3 - 5 \times 3 =$	

نوربات

١. أكمل:

$$7((3-) + 6) = \times 7 + =$$

٢. اختر الإجابة الصحيحة:

إذا كان أ=٣، ب=-٢، فإن ٣أ ب =
أ. ١٨ ب. ١٢ ج. ٢ د. ١٨
إذا كان س=-٢، ص=٣، فإن ٢س ص =
أ. ١٢ ب. ١٠ ج. ١٢ د. ٣

٣. أوجد ناتج ما يلي:

$$\begin{aligned} & (112-) \times (5-) = \\ & 2- \times 3 = \\ & 5-(7) = \\ & 1- \times 125 = \\ & 8- \times 70 \text{ صفر} = \\ & 6- \div 36 = \\ & 2- \times (2-) = (6-) = \end{aligned}$$

٤. حدد عملية القسمة الممكنة في ص فيما يلي:

$$\begin{aligned} & 36 \div 4 \\ & 180 \div 12 \\ & 27 \div 2157 \\ & 117 \div 23 \\ & 39 \div 1950 \\ & 13 \div 143 \end{aligned}$$

٥. إذا كانت س = ٢، ص = ٥

أوجد قيمة ٣س + ٢ص =

٦. إذا كانت س = ٨، ص = ٢

احسب قيمة س - ٢ص + ٤ =

٧. إذا كانت س = ٢، ص = ١، ع = ١ احسب قيمة كل من:

$$\begin{aligned} & 3س + 2ص - ع = \\ & 2س - ع = \\ & 2(س \div ص) \times ع^3 = \end{aligned}$$

٨- أوجد ناتج مايلى بطريقتين:-

$\underline{12 \times [(7-) + 3]}$ <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>حل آخر: $\underline{12 \times [(7-) + 3]}$</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p>	$\underline{[(2-) + 5] \times 5-}$ <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>حل آخر: $\underline{[(2-) + 5] \times 5-}$</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p>
$\underline{9 \times [(4-) + 7]}$ <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>حل آخر: $\underline{9 \times [(4-) + 7]}$</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p>	$\underline{[2 + (3-)] \times (6-)}$ <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p> <p>حل آخر: $\underline{[2 + (3-)] \times (6-)}$</p> <p>.....=</p> <p>.....=</p>

٩- أوجد قيمة س إذا كان:

$$35- = س \times 5$$

$$42 = س \times 7-$$

$$48- = 8- \times س$$

$$11 \times ((7-) \times 5) = [11 \times (7-)] \times س$$

١٠- استخدم خواص عمليتى الضرب والجمع لإيجاد ناتج:

$$6 \times ((5-) + 8)$$

$$.....=$$

$$.....=$$

$$.....=$$

٥- الضربُ المنكرُ

معنى الضرب المتكرر:

$$3^{\circ} = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \text{ وتسمى } 3 \text{ أس } 5$$

بحيث يكون العدد المكرر (٣) هو الأساس

وعدد مرات التكرار (٥) هو الأس أو القوى

كما يمكن القول أيضا القوة الخامسة للعدد ٣

وبصفة عامة $p \times p \times p \times p \times p \dots p$ مرة p حيث $n \in \mathbb{N}^+$

ملحوظة: ١. يسمى p^2 : مربع p أو أس ٢ القوى الثانية

٢. يسمى p^3 : مكعب p أو أس ٣

٣. إذا كان الأس زوجي لعدد (أساس) سالب كان الناتج موجب دائما

إذا كان الأس فردي لعدد (أساس) سالب كان الناتج سالب دائما

$$\text{مثال } (-3)^6 = 729 \quad (-3)^{-2} = -\frac{1}{9}$$

٤. p تكتب p (بدون أس)

قوانين الأسس:-

$3^{\circ} = 3^3 \times 3^2$ $(-2)^7 = (-2)^5 \times (-2)^2 = (-2)^3 \times (-2)^2$ $(-6)^8 = (-6)^6 \times (-6)^2 = (-6)^4 \times (-6)^2$	$p^r \times p^s = p^{r+s}$	<p>في الضرب نجمع الأسس (لو لهم نفس الأساس)</p>
$4^{\circ} = 4^3 \div 4^2$ $\frac{5^{\circ}}{5^2} = 5^3$	$p^r \div p^s = p^{r-s}$ $\frac{p^r}{p^s} = p^{r-s}$	<p>في القسمة نطرح الأسس (لو لهم نفس الأساس)</p>
$1 = (-5)^0$ $1 = 7^0$ $1 = \frac{3^8}{3^8}$	<p>لكل $p \neq 0$ فإن $p^0 = 1$</p> $1 = \frac{p^r}{p^r}$	<p>لو الأس = صفر فإن الناتج = ١</p>

نوريبائے

۱۔ اختر الإجابة الصحيحة:

- أ. $(-1)^4$ $(-1)^0$
 ب. $>$
 ج. $=$
 د. \leq
- أ. $2^2 \times 2^6$
 ب. 2^4
 ج. 2^8
 د. 2^{12}
- أ. $(-5)^2 > \dots$
 ب. $(-2)^0$
 ج. -5×2
 د. 2^5
- أ. صفر
 ب. $1 -$
 ج. 1
 د. 2
- أ. $(-2)^3$
 ب. 2^3
 ج. $(-3)^2$
 د. 2^3
- أ. $(-19) + (-19)$
 ب. صفر
 ج. 1
 د. 2

۲۔ أوجد قيمة ما يلي:

- $(-5)^2 = \dots$
 $(-5)^2 \times (-1)^3 = \dots$
 $(-5)^2 + 2^2 = \dots$
 $(-4)^2 \times 3^3 = \dots$
 $(-3)^2 \times 2^2 = \dots$
- $(-4)^3 \times (-1)^0 = \dots$
 $(-1)^{10} + (-1)^{10} = \dots$
 $(-1)^3 + (-1)^3 = \dots$
 $(-2)^4 + (-3)^3 = \dots$
 $(-2)^3 \times (-3)^2 = \dots$

۳۔ أوجد ناتج ما يلي:

- $3^4 \div 3^7 = \dots$
 $(-4)^9 \div (-4)^7 = \dots$
 $(-6)^0 \div (-6)^3 = \dots$
 $(-5)^0 \div (-5)^3 = \dots$
- $2^{11} \div 2^8 = \dots$
 $2^2 \times (-1)^2 \div 8 = \dots$
 $(-3)^7 \div 3^4 = \dots$
 $(-4)^6 \div (-4)^6 = \dots$

٤- أوجد ناتج كل حالة مما يلي:

$$\begin{aligned} & \dots\dots\dots = \frac{{}^6{}_2 \times {}^0{}_2}{{}^3{}_2 \times {}^2{}_2} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^3(2-) \times {}^0(2)}{{}^4{}_2 \times (2-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^4(3-) \times {}^3(3-)}{{}^0(3-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^2(5-) \times {}^3(5-)}{{}^4(5-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^0(3-) \times {}^4(3-)}{{}^7(3-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^4{}_8 \times {}^4(8-)}{{}^7(8-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^0(4) \times {}^{11}(4-)}{{}^{12}(4)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^3(9-) \times {}^6{}_9}{{}^2{}_9 \times {}^0(9-)} \\ & \dots\dots\dots = \frac{{}^7 \times {}^0(7-)}{{}^7(7-)} \end{aligned}$$

٥- ضع علامة مناسبة < أو > أو = فيما يلي:

$$\begin{aligned} & {}^2(6-) \dots\dots\dots {}^{12}{}_2 \\ & {}^2(9) \dots\dots\dots {}^4(3-) \\ & {}^0{}_7 \times \frac{1}{{}^0{}_7} \dots\dots\dots 1 \end{aligned}$$

٦- رتب مايلي ترتيباً تصاعدياً:

$${}^0(2-), {}^3(3-), {}^4(4-), {}^{10}(1-)$$

..... ، ، ، ، ،

الترتيب التصاعدي.....،.....،.....،.....،.....،.....

.....=°(ب - پ)

..... = ٢٣ب + ٢٢ = ٢٣٣

$$\dots = p_1 + p_2 + p_3$$
$$1, \dots, \epsilon^3(1-x), \epsilon^2 1, \dots, \epsilon^0(1-x), \epsilon^2 1,$$

17

٦- الأنماط العددية

النمط العددي:- هو تتابع من الأعداد وفقاً لقاعدة معينة.

أمثلة لأنماط عددية:-

وصف النمط

كل عدد يزيد عن
الذي قبله بمقدار ٢

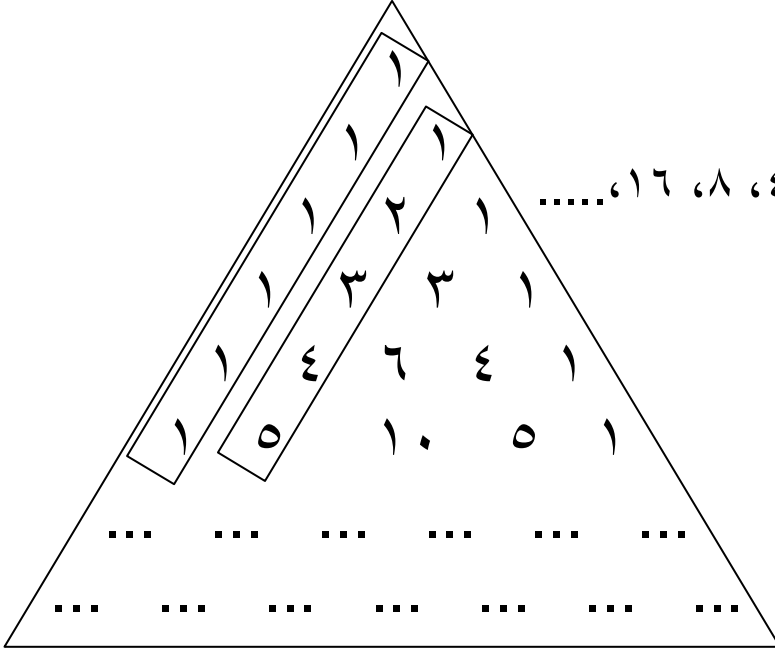
مجموعة الأعداد الفردية ف = {١، ٣، ٥، ٧،}
مجموعة الأعداد الزوجية ز = {٠، ٢، ٤، ٦،}

مثلث باسكال

١. كل عدد هو مجموع العددين أعلاه

٢. مجموع الأعداد بالصفوف ١، ٢، ٤، ٨، ١٦،

٣. الأقطار تمثل أنماط عددية مختلفة.



تدريبات

١. اختر الإجابة الصحيحة:-

١/٢ ، ١/٤ ، ١/٨ ، ١/١٦ ، بنفس التسلسل

أ. ١/٣٢

ب. ١/٦٤

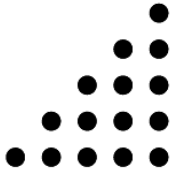
ج. ١/١٢٨

د. ١/٢٥٦

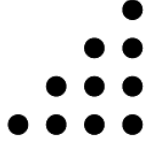
٢. أكمل الجدول التالي:-

النمط العددي	وصف النمط
٣، ٧، ١١، ١٥، ١٩، ٢٣،
.....	كل عدد يزيد عن سابقه بمقدار ٥
١/٤، ١/٢، ٣/٤، ١، ٥/٤،

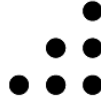
٦. اكتب عدد النقاط أسفل كل شكل مما يلي ، ثم اكتب النمط العددي المعبر عن ذلك وصفه



.....



.....



.....



.....

النمط العددي..... ،..... ،..... ،..... ،..... ،.....

وصف النمط:

٧. قرر خالد إنقاص وزنه بمعدل ٣ كجم شهرياً ، إذا كان وزنه الحالي ٩٠ كجم . فكم شهراً يحتاجه من الوقت للوصول إلى ٦٩ كجم ؟ اكتب النمط العددي المعبر عن ذلك وصفه.

.....

٨. تستصلح شركة أراضي بصحراء مصر ٦ أفدنة في اليوم الواحد لتصبح صالحة ومجهزة للزراعة. كم يوماً يلزم الشركة لاستصلاح ما يقرب من ٥٠ فدانا ؟ اكتب النمط العددي المعبر عن ذلك وصفه.

.....

٩. يداخر شريف ٥١ جنيهاً كل شهر. كم شهراً يحتاجها ليداخر ما يقرب من ١٦٠ جنيهاً؟ اكتب النمط العددي المعبر عن ذلك و صفه.

.....

الوحدة الثانية: المعادلات والمتباينات

١- المعادلة والمتباينة من الدرجة الأولى

يوجد نوعان من الجمل الرياضية:-

جملة رياضية مغلقة: عبارات عددية (لاحتوى على رمز) يمكن الحكم عليها صواب أو خطأ مثل $8 = 5 + 3$ (صواب)

$8 - 3 > -7 - 4$ (خطأ)

جملة رياضية مفتوحة: عبارات رمزية (تحتوى على أرقام ورموز) لا يمكن الحكم عليها صواب أو خطأ مثل $8 = س + 3$ (إذا استبدلنا س بعدد تصبح جملة مغلقة)

المعادلة: جملة رياضية تتضمن علاقة تساوى بين عبارتين رياضيتين

(وباختصار نقول أن المعادلة تتكون من طرفين أيمن وأيسر بينهما علامة =)

مثال حدد أيًا مما يلي يمثل معادلة أم لا

أ. $س + 5$ (ليست معادلة) ب. $9 - 5 = 4$ (معادلة) ج. $س + 7 = 12$ (معادلة)

المتباينة: جملة رياضية تتضمن علامة التباين بين عبارتين رياضيتين

(وباختصار نقول أن المتباينة تتكون من طرفين أيمن وأيسر بينهما علامة $<$ أو $>$)

مثال حدد أيًا مما يلي يمثل معادلة أم متباينة

أ. $س - 5 < 3$ (متباينة) ب. $س - 17 = 3$ (معادلة) ج. $س > 7$ (متباينة)

درجة المعادلة أو المتباينة: هي درجة أعلى قوة (أس) فى المعادلة أو المتباينة.

معادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد هو $س + 5 = 7$

متباينة من الدرجة الثانية فى مجهول واحد هو $س^2 + 3 < 8$

معادلة من الدرجة الثالثة فى مجهول واحد هو $س^3 - 2 = 9$

المعادلة	الدرجة	المجهول	المتباينة	الدرجة	المجهول
$س - 7 = 1$	الأولى	س	$س + 3 < 2$	الأولى	س
$س - 2 = 5$	الأولى	س ، ص	$س^3 - 2 > 2$	الأولى	س
$س^2 - 2 = 14$	الثانية	س	$ص^3 - 4 < 0$	الثالثة	ص

حلّ المعادلة أو المتباينة: هو التوصل إلى قيمة أو قيم المجهول (الرمز) مجموعة التعويض: هي المجموعة التي ينتمي إليها المجهول (الرمز) في المعادلة أو المتباينة

وهي إما مجموعة منتهية لها عناصر محدود أو غير منتهية مثل \mathbb{P} أو \mathbb{R}
مجموعة الحل: هي المجموعة التي تحقق عناصرها المعادلة أو المتباينة.

مجموعة الحل هي مجموعة جزئية من مجموعة التعويض.

وقد تكون هذه المجموعة خالية \emptyset

مثال: باعتبار مجموعة التعويض هي م: $\{-1, -2, 0, 2\}$

أوجد م. ح المعادلة $5 = 1 + 2س$	أوجد م. ح المتباينة $3 > 1 -$
عندما $س = 1$: $5 \neq 1 + 1 \times 2$ لا يحقق	عندما $س = 1$: $3 > 1 - 1 = 3 - 1 = 2$ لا يحقق
عندما $س = 2$: $5 \neq 1 + 2 \times 2$ لا يحقق	عندما $س = 2$: $3 > 1 - 2 = 3 - 2 = 1$ لا يحقق
عندما $س = 0$: $5 \neq 1 + 0 \times 2$ لا يحقق	عندما $س = 0$: $3 > 1 - 0 = 3 - 0 = 3$ لا يحقق
عندما $س = 2$: $5 = 1 + 2 \times 2$ لا يحقق	عندما $س = 2$: $3 > 1 - 2 = 3 - 2 = 1$ لا يحقق
∴ مجموعة حل المعادلة = $\{2\}$	∴ مجموعة حل المتباينة = $\{-1, -2, 0\}$

تدريبات

١. أكمل ما يأتي:

المعادلة هي: جملة رياضية.....
 المتباينة هي: جملة رياضية.....
 مجموعة التعويض هي.....
 مجموعة الحل هي.....

٢. اختر الإجابة الصحيحة:

أى مما يأتى يمثل معادلة.....
 أ. $س = 17$ ب. $15 = 7 - 2س$ ج. $س < 11$ د. $7 = 3 + 2س$
 المعادلة $س^2 + 3 = 4$ من الدرجة.....
 أ. الأولى ب. الثانية ج. الثالثة د. الرابعة

إذا كانت $s+2=|x|$ فإن $s=.....$

- أ. ٢ ب. ٢ ج. ٦- د. ٦

العدد الذي يحقق المتباينة $s-2 < 3$ هو.....

- أ. ٣ ب. ٤ ج. ٥ د. ٦

جميع الأعداد التالية تحقق المتباينة $s < -3$ ما عدا.....

- أ. صفر ب. ١- ج. ٢- د. ٤-

إذا كان $s+3=8$ ، $s \in \mathbb{R}$ فإن مجموعة الحل هي.....

- أ. $\{-2\}$ ب. $\{2\}$ ج. $\{-6\}$ د. \emptyset

العدد الذي يحقق المتباينة $s < -2$ هو.....

- أ. ١- ب. ٤- ج. ٣- د. ٢-

$(-3) >$

- أ. $(-2)^3$ ب. 2^3 ج. $(-3)^2$ د. 3^3

٢. حدد أي مما يلي يمثل معادلة أم لا.

س - ٢١ $10-12 = 2$ $2s-3=5$

٣. حدد أي مما يلي معادلة أم متباينة مع ذكر السبب:

س $5 < 7$ $3s+2=11$ س $30 > 5$

٤. حدد درجة كل من المعادلات التالية:

$3s-9=2$ $3s^2-6=14$

٥. اختر من بين الأقواس ما يحقق كلا من المعادلات والمتباينات التالية:

$\{1, 1-, 0, 3\}$	س $1- = 2$	$\{2-, 1, 1-, 0\}$	س $1+ = 5$
$\{1-, 0, 2, 4\}$	س $1+ \geq 1$	$\{6, 5, 4, 3\}$	س $2 < 3$

٦. أوجد مجموعة الحل لكل من المعادلات والمتباينات التالية :-

أ. $١٢ = ٥ + س$	ب. $١٤ = ٤ + ٢س$
مجموعة التعويض {٨ ، ٧ ، ٥ ، ٣}	مجموعة التعويض {-٢ ، ٢ ، ٣ ، ٥}
عندما س =	عندما س =
عندما س =	عندما س =
عندما س =	عندما س =
عندما س =	عندما س =
∴ م.ح =	∴ م.ح =

ج. $٩ = ٣ - ٤س$	د. $١ + س = (٣ - س)٢$
مجموعة التعويض {٤ ، ٣ ، ٢}	مجموعة التعويض {٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧}
∴ م.ح =	∴ م.ح =

هـ. $٥ > ٣ + س$	و. $٢ - ١ < ٣س$
مجموعة التعويض {٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}	مجموعة التعويض {-٢ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ٢}
∴ م.ح =	∴ م.ح =

<p>ز. - س + ١ > ٤</p> <p>مجموعة التعويض {٣، ٢، ٠، ٢-، ٣-}</p>	<p>ح. ٢ س + ٥ < ٢</p> <p>مجموعة التعويض {١، ٠، ١-، ٢-، ٣-}</p>
∴ م. ح =	∴ م. ح =

باعتبار مجموعة التعويض هي: م = {٠، ١، ٢، ٣}، أوجد:-

مجموعة حل المعادلة ٢ س - ٧ = ١ -	مجموعة حل المتباينة س + ٤ < ٥

٢- حل المعادلة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

نظرا لصعوبة طريقة استخدام مجموعة التعويض نستخدم لحل المعادلة خواص التساوى:-

١. خاصية الإضافة أو الحذف:- لكل أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد فى ط أو ص

إذا كان أ = ب فإن: أ + ج = ب + ج

إذا كان أ = ب فإن: أ - ج = ب - ج

٢. خاصية الضرب أو القسمة:- لكل أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد فى ط أو ص ، ج ≠ ٠

إذا كان أ = ب فإن: أ × ج = ب × ج

إذا كان أ = ب فإن: أ ÷ ج = ب ÷ ج

مثال: حل المعادلة $س - ٢ = ٣$ فى ص		مثال: حل المعادلة $٤س = ٢٤$ فى ط	
<p><u>الحل:</u> $س - ٢ = ٣$</p> <p>$س - ٢ + ٢ = ٣ + ٢$</p> <p>$س + ٠ = ٥$</p> <p>$س = ٥$</p>	<p>بإضافة ٢ للطرفين</p> <p>خاصية المعكوس</p> <p>خاصية المحايد</p>	<p><u>الحل:</u> $٤س = ٢٤$</p> <p>$\frac{٤س}{٤} = \frac{٢٤}{٤}$</p> <p>$س = ٦$</p>	<p>بقسمة الطرفين على ٤</p>
<p>∴ م.ح = {٥}</p> <p>ونلاحظ أنها تحقق المعادلة لأن $٣ = ٥ - ٢$</p>		<p>∴ م.ح = {٦}</p> <p>ونلاحظ أنها تحقق المعادلة لأن $٢٤ = ٦ \times ٤$</p>	

مثال: حل المعادلة ٢(س - ١) + ٥ = ٣ فى ط ، ص

الحل: ٢(س - ١) + ٥ = ٣

بفك الأقواس

٢س - ٢ + ٥ = ٣

بالاختصار والتبسيط

٢س + ٣ = ٣

ب طرح ٥ من الطرفين

٢س - ٣ = ٥ - ٣

خاصية المعكوس الجمعى

٢س = ٢

بالقسمة على ٢

س = ١

ص، ∅

∴ م.ح = {١} فى ص ، ∴ م.ح = ∅ فى ط

تدريبات

اختر الإجابة الصحيحة:

مجموعة حل المعادلة $2س - 1 = 5$ في ص هي

- أ. $\{3-\}$ ب. $\{2/1-\}$ ج. $\{3\}$ د. $\{2-\}$

١. أوجد مجموعة الحلّ للمعادلات التالية في ط .-

<p>أ. $س + 8 = 19$</p> <p><u>الحل:</u> $س + 8 = 19$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>	<p>ب. $س + 7 = 22$</p> <p><u>الحل:</u> $س + 7 = 22$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>
--	--

<p>ج. $8س = 32$</p> <p><u>الحل:</u> $8س = 32$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>	<p>د. $4س + 1 = 17$</p> <p><u>الحل:</u> $4س + 1 = 17$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>
--	--

<p>هـ. $6س + 7 = 25$</p> <p><u>الحل:</u> $6س + 7 = 25$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>	<p>و. $2س = 3س + 21$</p> <p><u>الحل:</u> $2س = 3س + 21$</p> <p style="text-align: right;">∴ م. ح =</p>
---	--

<p>ز. $(4س + 3) + 4 = 31$</p> <p><u>الحل:</u> $(4س + 3) + 4 = 31$</p> <p>∴ م.ح =</p>	<p>ح. $(س + 3) + س = 27$</p> <p><u>الحل:</u> $(س + 3) + س = 27$</p> <p>∴ م.ح =</p>
--	--

٢. أوجد مجموعة الحلّ المعادلات التالية في ص.:

<p>أ. س - 12 = 40</p> <p><u>الحل:</u> س - 12 = 40</p> <p>∴ م.ح =</p>	<p>ب. $3س - 2 = 19$</p> <p><u>الحل:</u> $3س - 2 = 19$</p> <p>∴ م.ح =</p>
--	--

<p>ج. $س - \frac{3}{4} = 2$</p> <p><u>الحل:</u> $س - \frac{3}{4} = 2$</p> <p>∴ م.ح =</p>	<p>د. $3(س - 1) - 7 = 2$</p> <p><u>الحل:</u> $3(س - 1) - 7 = 2$</p> <p>∴ م.ح =</p>
--	--

هـ. $٣س - ٢ = ٥س + ٨$

الحل: $٣س - ٢ = ٥س + ٨$

\therefore م.ح =

و. $٤(س - ٢) = ٣(س - ٥)$

الحل: $٤(س - ٢) = ٣(س - ٥)$

\therefore م.ح =

ز. $(٣س - ٥) + ٤ = س - ١١$

الحل: $(٣س - ٥) + ٤ = س - ١١$

\therefore م.ح =

و. $س + ٢(س - ١) = ١٧$

الحل: $س + ٢(س - ١) = ١٧$

\therefore م.ح =

٢. ادرس إمكانية حل المعادلات التالية في ط، ص، هـ، ز.

أ. $٣س = ٨$

الحل: $٣س = ٨$

\therefore م.ح في ط =

م.ح في ص =

ب. $٣م + ١٢ = ٦$

الحل: $٣م + ١٢ = ٦$

\therefore م.ح في ط =

م.ح في ص =

<p>جـ. ٢ - ١٥ = ٨</p> <p><u>الحل:</u> ٢ - ١٥ = ٨</p>	<p>د. ٣ + ٢ = ١٧</p> <p><u>الحل:</u> ٣ + ٢ = ١٧</p>
<p>∴ م. ح في ط =</p> <p>م. ح في ص =</p>	<p>∴ م. ح في ط =</p> <p>م. ح في ص =</p>

<p>هـ. ٢ - ٥ = ٢١</p> <p><u>الحل:</u> ٢ - ٥ = ٢١</p>
<p>∴ م. ح في ط =</p> <p>م. ح في ص =</p>

٢- تطبيقات على حل المعادلة من الدرجة الأولى في صـ

عدد	س
عددان متتاليان	س، س+١
عددان فرديان (أو زوجيان) متتاليان	س، س+٢
ضعف عدد	٢س
ثلاثة أمثال عدد	٣س
عددان أحدهما ضعف الآخر	الأكبر ٢س، الأصغر س
عددان أحدهما نصف الآخر	الأصغر س، الأكبر ٢س
عددان ثلاثة أمثال عدد	الأصغر س، الأكبر ٣س
ثلاثة أعداد متتالية	س، س+١، س+٢
ثلاثة أعداد فردية (أو زوجية) متتالية	س، س+٢، س+٤
عدد يزيد عن الآخر بمقدار ٥	الأصغر س، الأكبر س+٥
عدد ينقص عن الآخر بمقدار ٣	الأكبر س، الأصغر س-٣

مثال: عدد إذ أضيف إلى ضعفه ٩ كان الناتج ٥٥ أوجد العدد:-

الحل: نفرض أن العدد = س ∴ ضعف العدد = ٢س

$$∴ ٥٥ = ٩ + ٢س$$

$$∴ ٩ - ٥٥ = ٢س$$

$$∴ ٤٦ = ٢س$$

$$∴ ٢٣ = س \quad ∴ \text{العدد هو } ٢٣$$

أراد أن يوزع رجل ٤٨ جنيها بين ولديه عادل وهاني بحيث يكون نصيب عادل ضعف نصيب هاني. فما نصيب كل منهما؟

الحل:- نفرض أن نصيب هاني = س ∴ نصيب عادل = ٢س

$$∴ ٤٨ = س + ٢س$$

$$∴ ٤٨ = ٣س$$

$$∴ ١٦ = س$$

$$∴ \text{نصيب هاني} = ١٦, \quad \text{نصيب عادل} = ١٦ \times ٢ = ٣٢$$

نوربات

١. اختر الإجابة الصحيحة:

العدد الذي إذا أضيف إلى ضعفه كان الناتج ٩ هو.....
أ. ٢ ب. ٣ ج. ٤ د. ٥

٢. ما العدد الذي إذا أضيف إليه ضعفه كان الناتج ٣٦ ؟

.....
.....
.....
.....

٣. عددان صحيحان أحدهما ضعف الآخر ومجموعهما ٥٤، أوجد العددين.

.....
.....
.....
.....

٤. العدد الذي إذا أضيف إلى ضعفه كان الناتج ٢٧ أوجد العدد ؟

.....
.....
.....
.....

٥. عدد مكون من رقمين ، أحاده ضعف عشراته ومجموع الرقمين ١٢ فما العدد؟

.....
.....
.....
.....

٦. عددان صحيحان متتاليان مجموعهما ٢٧، أوجد العددين.

.....
.....
.....
.....
.....

٧. ثلاثة أعداد طبيعية متتالية مجموعها ٢٧، أوجد الأعداد !

.....

.....

.....

.....

.....

٥. عددان زوجيان متتاليان مجموعهما ١٨ أوجد العددين.

.....

.....

.....

.....

.....

ثلاث أعداد صحيحة زوجية متتالية مجموعها ٢٤ . أوجد الأعداد الثلاثة!

.....

.....

.....

.....

.....

ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعهم ١٨ أوجد هذه الأعداد الثلاثة.

.....

.....

.....

.....

.....

٦. ثلاثة أعداد فردية متتالية مجموعها ١٢٩ أوجد الأعداد الثلاثة.

.....

.....

.....

.....

.....

مستطيل طوله يزيد عن عرضه بمقدار ٣ سم فإذا كان محيط المستطيل ٢٢ سم .
احسب كلا من طول وعرض المستطيل

٧- مستطيل عرضه نصف طوله ومحيطه ٣٦ سم . أوجد طول وعرض المستطيل !

٨- مستطيل طوله ثلاثة أضعاف عرضه ومحيطه ٦٤ سم . أوجد طول وعرض
المستطيل !

٩- متوازي مستطيلات مجموع أبعاده الثلاثة ١٨ سم . فإذا كان طول قاعدته ثلاثة
أمثال عرضها . وارتفاعه ضعف عرض قاعدته أحسب أطوال أبعاده الثلاثة.

١٠- إذا كان عمر رجل ثلاثة أمثال عمر ابنه . مجموع عمريهما ٧٢ سنة – فما عمر
كل منهما ..

١١- إذا كان عدد تلاميذ الصف السادس الابتدائي بأحدى المدارس هو ١٢٠ تلميذا وتلميذه ، فإذا كان عدد البنات ثلاثة أمثال عدد البنين . احسب عدد كل من البنين والبنات.

١٢- إذا كان عدد الأميين بأحدى قرى الريف المصرى ٣٢٠٠ أمى ، وإذا كان عدد الإناث منهم ثلاثة أضعاف عدد الذكور . احسب عدد الذكور والإناث من الأميين.

١٣- يريد رجل أن يقسم مبلغا من المال قدره ٩٠٠٠٠ جنيها بين أبنائه الثلاثة (بنت وولدين فإذا كان نصيب الولد ضعف نصيب البنت، أوجد نصيب كل من البنت والولد

٤- حل المتباينة من الدرجة الأولى فى مجهول واحد

خواص المتباين:-

١. خاصية الإضافة أو الحذف:- لكل أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد فى ط أو ص

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ + ج < ب + ج$

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ - ج < ب - ج$

٢. خاصية الضرب أو القسمة:- لكل أ ، ب ، ج ثلاثة أعداد فى ط أو ص

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ \times ج < ب \times ج$

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ \div ج < ب \div ج$

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ \times ج > ب \times ج$

إذا كان $أ < ب$ فإن: $أ \div ج > ب \div ج$

عند الضرب أو القسمة
على سالب فإننا
نعكس علامة المتباين

ج < ٠ ،

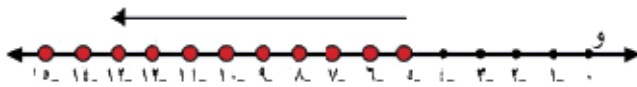
ج < ٠ ،

ج > ٠ ،

ج > ٠ ،

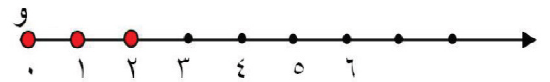
مثال: حل المتباينة $٢س + ٩ > ١$ فى ص
ومثل الحل على خط الأعداد

الحل: $٢س + ٩ > ١$ بطرح ٩ من الطرفين
 $٢س + ٩ - ٩ > ١ - ٩$
 $٢س > -٨$
بالقسمة على ٢
 $س > -٤$
∴ م.ح = $\{-٥، -٦، -٧، \dots\}$



مثال: حل المتباينة $٤س + ٧ > ٤$ فى ط
ومثل الحل على خط الأعداد

الحل: $٤س + ٧ > ٤$ بطرح ٧ من الطرفين
 $٤س + ٧ - ٧ > ٤ - ٧$
 $٤س > -٣$
∴ م.ح = $\{٠، ١، ٢\}$



مثال: أوجد مجموعة حل المتباينة $١ \leq ٢س + ٣ \leq ١٣$ فى ص، ومثلها على خط الأعداد
بطرح ٣ من الأطراف الثلاثة

الحل: $١ \leq ٢س + ٣ \leq ١٣$

$١ - ٣ \leq ٢س + ٣ - ٣ \leq ١٣ - ٣$

$٢س \geq -٢$ بالقسمة على ٢

$١٠ \geq ٢س \geq -٢$

$٥ \geq س \geq -١$

∴ م.ح = $\{-١، ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥\}$



نـدريـات

١- أوجد مجموعة حل كلا من المتباينات التالية، ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد:

أ. $١ > ٣ - س$ حيث $س \in ط$ <u>الحل:</u>	ب. $٧ > ٣ + س$ حيث $س \in ط$ <u>الحل:</u>

ج. $١١ \geq ٢ + ٣س$ حيث $س \in ط$ <u>الحل:</u>	د. $٥ \geq ١ + ٢س$ حيث $س \in ط$ <u>الحل:</u>

هـ. $٥ > ٣ - ٢س$ حيث $س \in ص$ <u>الحل:</u>	و. $٧ > ١ + ٢س$ حيث $س \in ط$ <u>الحل:</u>

<p>ج. ١ - ٨س > ٣٣</p> <p>حيث س > ص</p> <p><u>الحل:</u></p>	<p>ز. ٢س - ٥ ≥ ٧ - حيث س > ص</p> <p><u>الحل:</u></p>
--	---

<p>ي. ٤س + ٣ ≥ ٦س + ١١</p> <p>حيث س > ص</p> <p><u>الحل:</u></p>	<p>ط. ٥س - ٨ < ٢س + ١</p> <p>حيث س > ط</p> <p><u>الحل:</u></p>
--	--

<p>ك. ٣س + ٥ > ١ - س</p> <p>حيث س > ص</p> <p><u>الحل:</u></p>	<p>ك. ٣س - ٧ ≥ ٥س + ٢</p> <p>حيث س > ص</p> <p><u>الحل:</u></p>
---	---

<p>م. $2(s+3) < 5s$ حيث $s \in \mathbb{R}$</p> <p><u>الحل:</u></p>	<p>ن. $3 > 2s - 1 \geq 9$ حيث $s \in \mathbb{R}$</p> <p><u>الحل:</u></p>
--	--

<p>س. $1 > 2s + 3 > 5$ حيث $s \in \mathbb{R}$</p> <p><u>الحل:</u></p>
--

الوحدة الثالثة: الهندسة والقياس

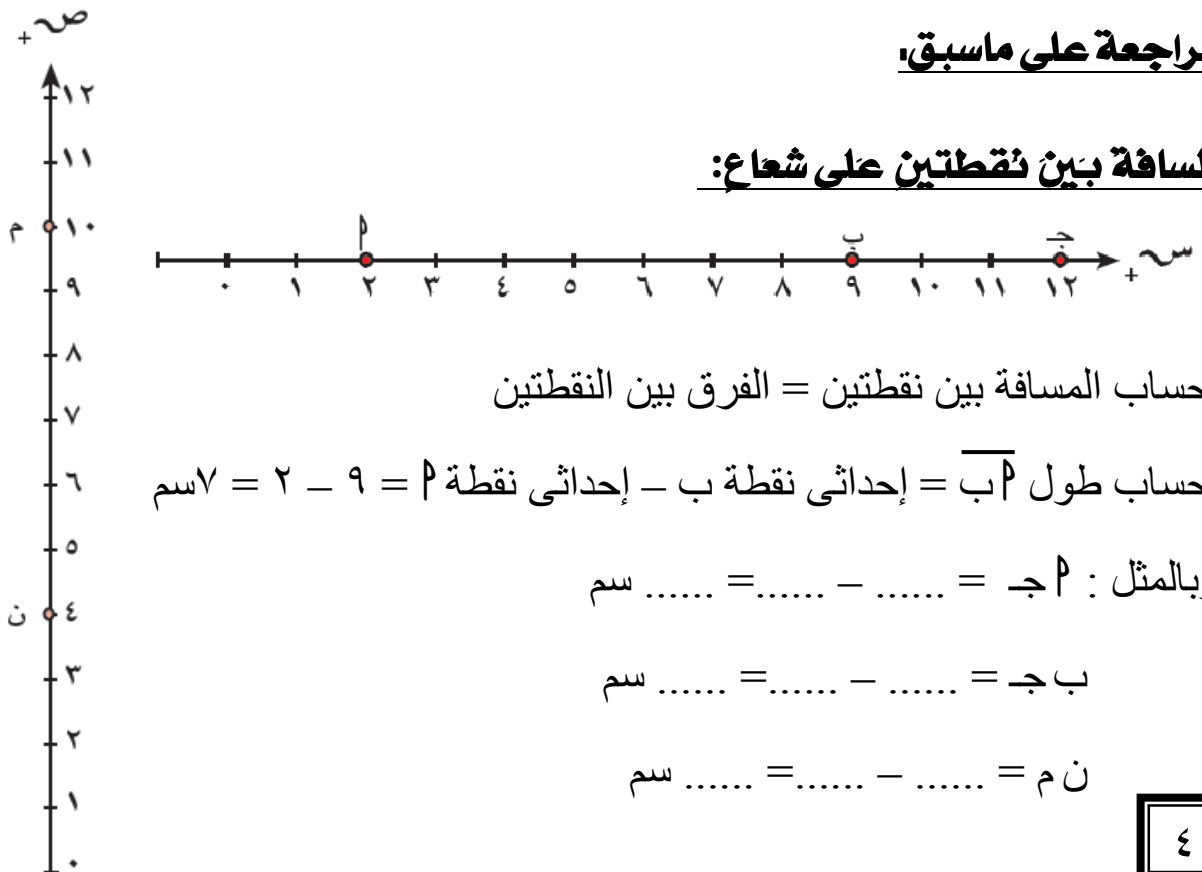
قوانين هامة

محيط المربع	طول الضلع $\times 4$
مساحة المربع	طول الضلع \times نفسه نصف طول القطر \times طول القطر
محيط المعين	طول الضلع $\times 4$
مساحة المعين	نصف حاصل ضرب قطريه طول القاعدة \times الارتفاع
محيط المستطيل	(الطول + العرض) $\times 2$
مساحة المستطيل	الطول \times العرض
محيط متوازي الأضلاع	(الطول + العرض) $\times 2$
مساحة متوازي الأضلاع	طول القاعدة \times الارتفاع
مساحة المثلث	نصف طول القاعدة \times الارتفاع نصف حاصل ضرب ضلعي القائمة (مثلث قائم)
محيط الدائرة	$2\pi r$ أو πd ط \times طول القطر

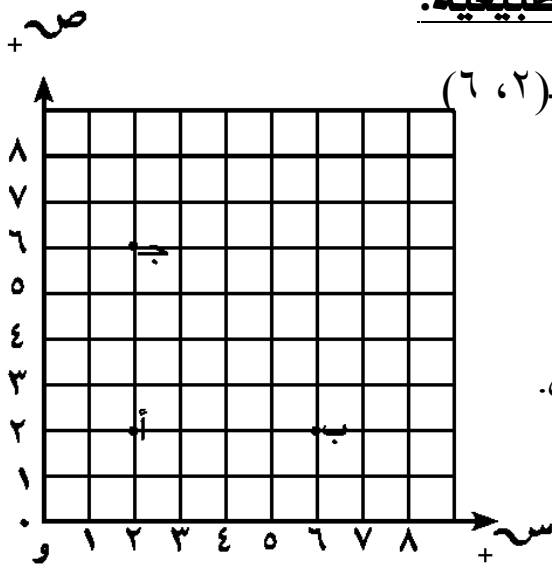
١- المَسَافَةُ بَيْنَ نَقْطَتَيْنِ فِي مُسْتَوَى الإحداثيات

مراجعة على ماسبق:

المسافة بين نقطتين على شعاع:



المسافة بين نقطتين على مستوى الإحداثيات الطبيعية:



فى الشكل المقابل إذا كان $P(2, 2)$ ، $B(2, 6)$ ، $J(6, 2)$

لحساب المسافة بين أى نقطتين

١- نحدد هل توازى $\overrightarrow{س}$ أم توازى $\overrightarrow{ص}$

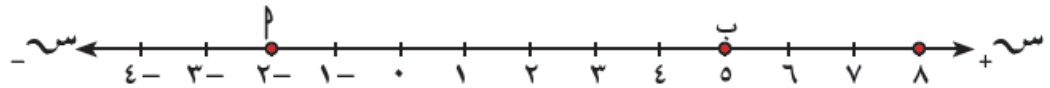
٢- ثم نقوم بالحساب كأننا على شعاع أفقى أو رأسى.

P ب = وحدات

P ج = وحدات

نوع المثلث بالنسبة لأطوال أضلاعه

المسافة بين نقطتين على خط مستقيم:



نستخدم هنا محور السينات $\overrightarrow{س}$ أو محور الصادات $\overrightarrow{ص}$

نقوم بحساب المسافة بين النقطتين من خلال القيمة المطلقة

المسافة بين نقطتين = |عدد نقطة النهاية (بإشارته) - عدد نقطة البداية (بإشارته)|

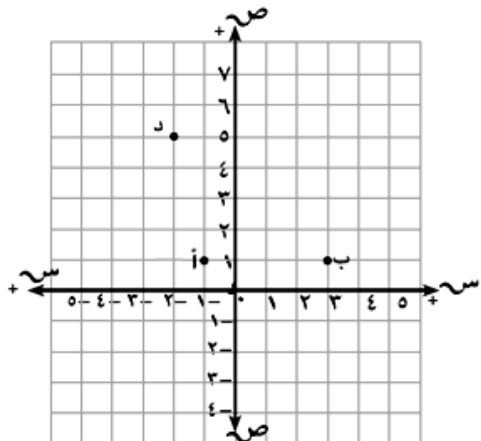
من الأشكال المقابلة:

$$P \text{ ب} = | \text{ب} - P | = | 5 - (-2) | = 7 \text{ وحدات}$$

$$P \text{ و} = | \text{و} - P | = | \dots | = \dots \text{ وحدات}$$

$$د ه = | \text{ه} - د | = | \dots | = \dots \text{ وحدات}$$

المسافة بين نقطتين فى مستوى الإحداثيات للأعداد الصحيحة:



الشكل المقابل يوضح مستوى الأعداد الصحيحة:

إذا كان $P(1, 1)$ ، $B(1, 3)$ ، $D(-2, 5)$

لحساب المسافة بين أى نقطتين نجد أن أنها إما

توازى محور السينات أو توازى محور الصادات

$$P = |b| = |2 - 3| = 1 \text{ وحدة} \quad (\text{بوازي محور السينات})$$

$$P = |d| = |.....| = |.....| = |.....| \text{ وحدات} \quad (\text{بوازي محور الصادات})$$

حدد النقطة ج (٢، ٥) وتحقق أن الشكل أبج د متوازي أضلاع
أكمل: مساحة متوازي الأضلاع = = وحدة مساحة

نذكر أن:-

عدد محاور تماثل الأشكال

متوازي أضلاع	معين	مستطيل	مربع	دائرة
صفر	٢	٢	٤	عدد كبير جدا
مثلث متساوي الأضلاع	مثلث متساوي الساقين	مثلث مختلف الأضلاع	شبه منحرف	شبه منحرف متساوي الساقين
٣	١	صفر	صفر	١

تدريبات

١- في مستوى الإحداثيات المقابل أبج د معين
أكمل:-

$$P = (.....,), \quad b = (.....,)$$

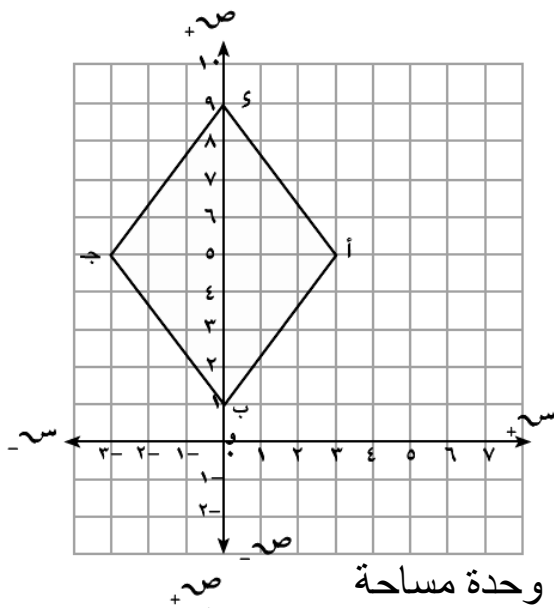
$$ج = (.....,), \quad د = (.....,)$$

$$P = |ج| = |.....| = |.....| = |.....| \text{ وحدة}$$

$$b = |د| = |.....| = |.....| = |.....| \text{ وحدة}$$

$$\text{مساحة المعين} = = \text{ وحدة مساحة}$$

$$\text{محيط المعين} = = \text{ وحدة طول}$$



٢. فى مستوى الإحداثيات المقابل

حدد موضع النقاط التالية

ل $(-1, 1)$ ، م $(1, 1)$

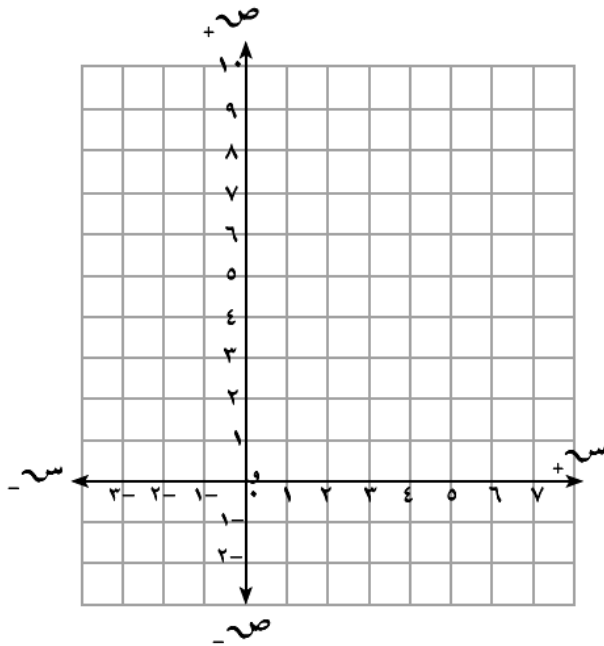
ن $(1, 8)$ ، هـ $(-1, 8)$

ل م =

م ن =

هل الشكل متماثل أم لا؟

كم عدد محاور تماثله؟



مساحة الشكل = = وحدة مساحة

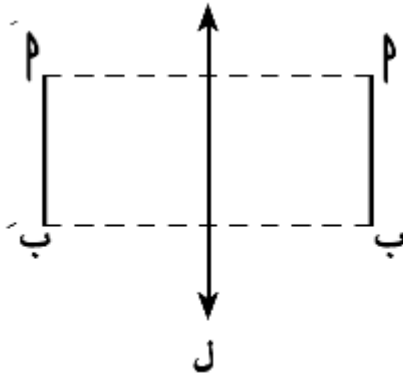
محيط الشكل = = وحدة طول

٢- النُحُويَّاتُ الهندَسيَّةُ : نُحويلُ الانتِقالِ

درسنا في العام الماضي،

التحويلة الهندسية:- تحول كل نقطة P إلى نقطة \bar{P} في نفس المستوى.

كما درسنا تحويل الانعكاس:-



\bar{P} هو صورة P بالانعكاس في L بحيث

١. L هو محور الانعكاس

٢. $\bar{P} = P$

٣. $\bar{P} \parallel P$

تحويل الانتقال:-

يتم تحديد الانتقال من خلال شيئين:-

مقدار الانتقال: المسافة التي تتحركها النقطة.

اتجاه الانتقال: الاتجاه الذي تتحرك فيه النقطة.

أولاً، انتقال نقطة في مستوى

لإزاحة النقطة P مسافة ϵ سم في اتجاه \overrightarrow{MN}

١. نرسم من P شعاعاً يوازي \overrightarrow{MN} في نفس اتجاهه.

٢. نعين النقطة \bar{P} بحيث $\bar{P}P = \epsilon$ سم

ويقال أن:-

\bar{P} هي صورة النقطة P بانتقال مقداره ϵ سم في اتجاه \overrightarrow{MN}

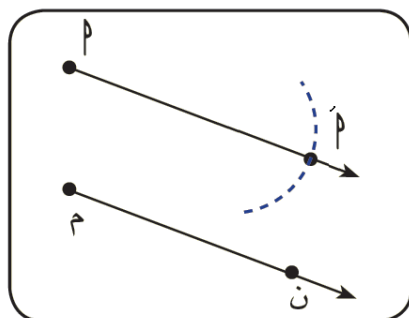
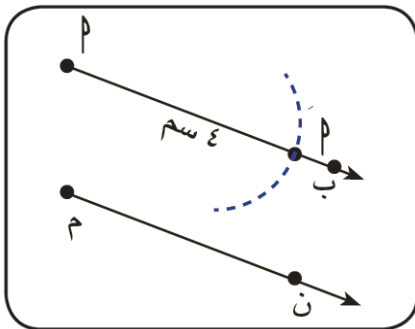
لاحظ: في حالة انتقال P مسافة \overrightarrow{MN} في اتجاه \overrightarrow{MN}

نستخدم الفرجار لنحصل على الشكل المقابل

ويكون عندئذ: $\bar{P}P = \overrightarrow{MN}$ ، $\bar{P}P \parallel \overrightarrow{MN}$

ويقال أن:-

\bar{P} هي صورة النقطة P بانتقال مقداره \overrightarrow{MN} في اتجاه \overrightarrow{MN}



ثانياً، انتقال نقطة في المستوى الإحداثي:-

لانتقال نقطة $P(س، ص)$ ، بمقدار $ج$ في اتجاه $س$ ، ومقدار $د$ في اتجاه $ص$

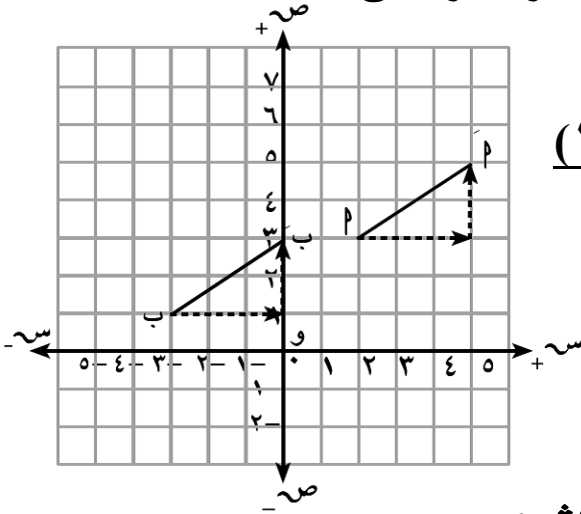
بحيث $P(س، ص) \rightarrow P'(س+ج، ص+د)$

مثال أوجد صورة النقطتين $P(٢، ٣)$ ، $B(-٣، ١)$

بانتقال $(٣+س، ٢+ص)$

$$P' = (٣+٢، ٢+٣) = (٥، ٥)$$

$$B' = (-٣+٢، ١+٣) = (-١، ٤)$$



ثالثاً، انتقال قطعة مستقيمة في المستوى الإحداثي:-

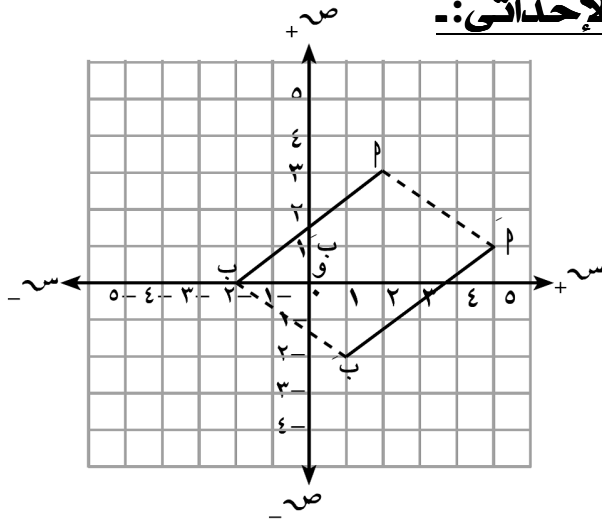
مثال أوجد صورة القطعة المستقيمة \overline{AB}

حيث $P(٢، ٣)$ ، $B(-٣، ١)$

بانتقال $(٣+س، ٢+ص)$

$$P' = (٣+٢، ٢+٣) = (٥، ٥)$$

$$B' = (-٣+٢، ١+٣) = (-١، ٤)$$



رابعاً، انتقال شكل هندسي في المستوى الإحداثي:-

مثال أوجد صورة المثلث $\triangle ABC$

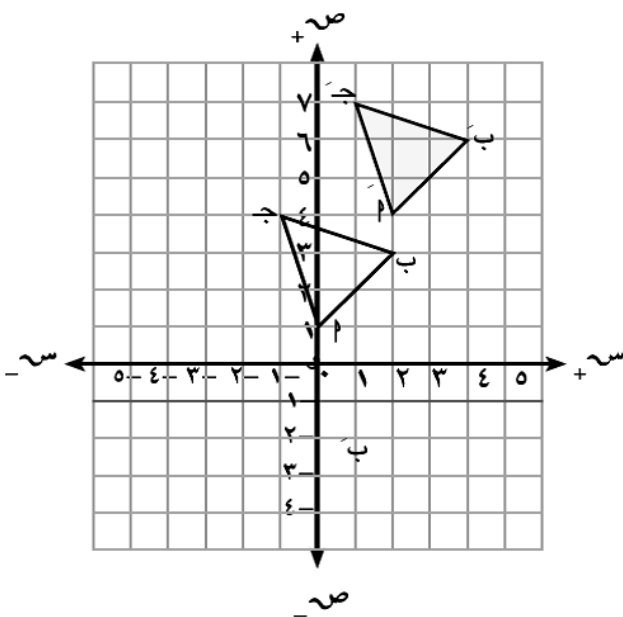
حيث $P(١، ٠)$ ، $B(٣، ٢)$ ، $C(-١، ٤)$

بانتقال $(٣+س، ٢+ص)$

$$P' = (٣+١، ٢+٠) = (٤، ٢)$$

$$B' = (٣+٣، ٢+٢) = (٦، ٤)$$

$$C' = (-١+٣، ٤+٢) = (٢، ٦)$$



من الشكل السابق أكمل:-

$\overline{P'Q'} // \overline{PQ}$

$P'Q' = PQ$

$\angle P'Q'R' = \angle PQR$

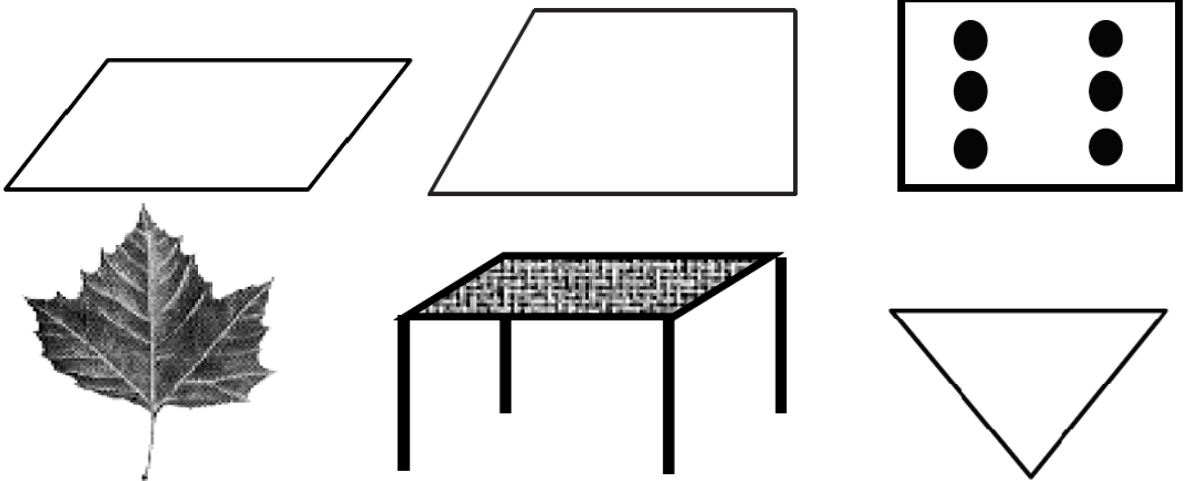
$\overline{P'Q'} // \overline{PQ}$

$(\angle P'Q'R' > \angle PQR)$

$(\angle P'Q'R' > \angle PQR)$

تدريبات

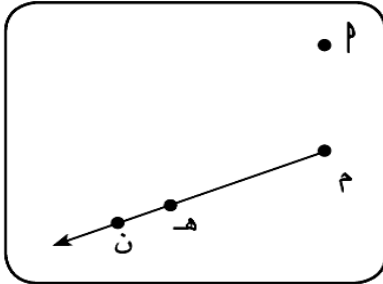
١- حدد أي الأشكال التالية متماثل ، وأيها غير متماثل ، ثم اذكر محاور التماثل:.



٢- فيما يلي بين نوع التحويل الهندسي (انعكاس أم انتقال) مع رسم اتجاه الانتقال:.



٣- أوجد ما يلي: من الشكل المقابل:



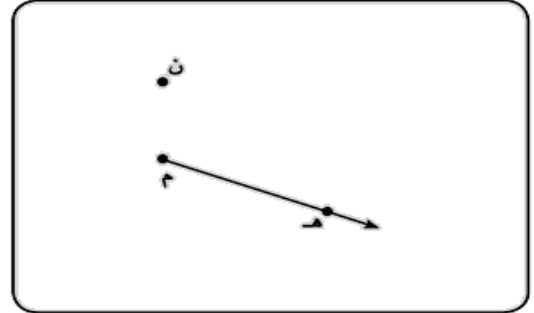
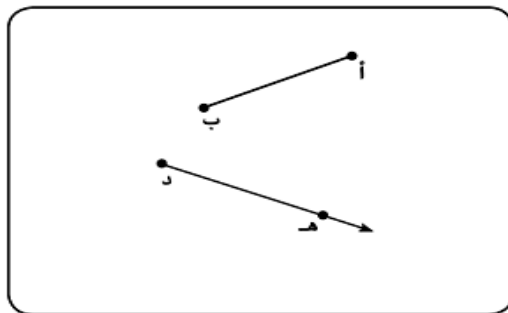
أوجد صورة النقطة 'م'

بانتقال 'م' هـ في اتجاه 'ن'

٤- أوجد ما يلي:

(أ) صورة النقطة 'ن' بانتقال 'م' هـ في اتجاه 'م'

(ب) صورة 'أب' بانتقال قدره ٣ سم في اتجاه 'د'



٥. اختر الإجابة الصحيحة:

- إذا كانت أ (١، ٢) فإن صورة أ بالانتقال (س+١، ص-١) هي -----
 أ. (١، ٢) ب. (٣، ٢) ج. (١، ١) د. (٣، ١)
 صورة النقطة أ (٣، ٤-) بالانتقال (١-، ٤-) هي -----
 أ. (٧-، ٥-) ب. (١-، ٥-) ج. (٣، ٧-) د. (١-، ٣-)

٦. أكمل الجدول الآتي:-

الصورة	الانتقال	النقطة
(.....،.....)	(س+٣، ص+١)	(٣، ٢)
(٣، ٣-)	(س+٢، ص-١)	(.....،.....)
(٠، ٠)	(س+.....، ص+.....)	(٣-، ٠)
(.....،.....)	(س+٣، ص+١)	(١-، ٤-)

صورة = نقطة + انتقال

نقطة = صورة - انتقال

انتقال = صورة - نقطة

٧- النقطة (أ، ب) صورتها (٥، ٤-) بالانتقال (٢، ٣-)، فما إحداثي النقطة (أ، ب)؟

٨- عين على المستوى الإحداثي صورة كل من :-

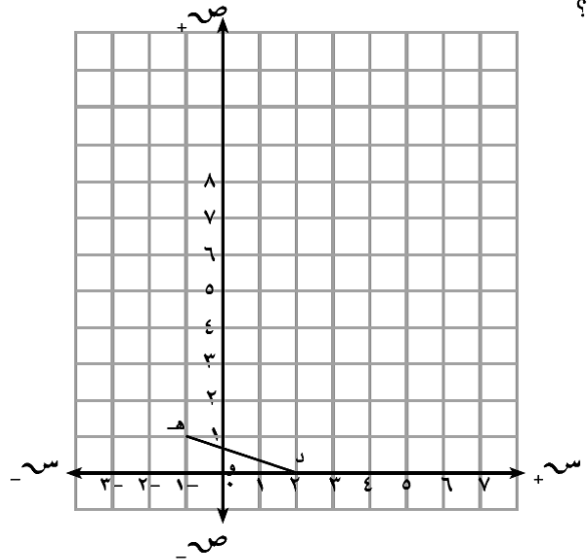
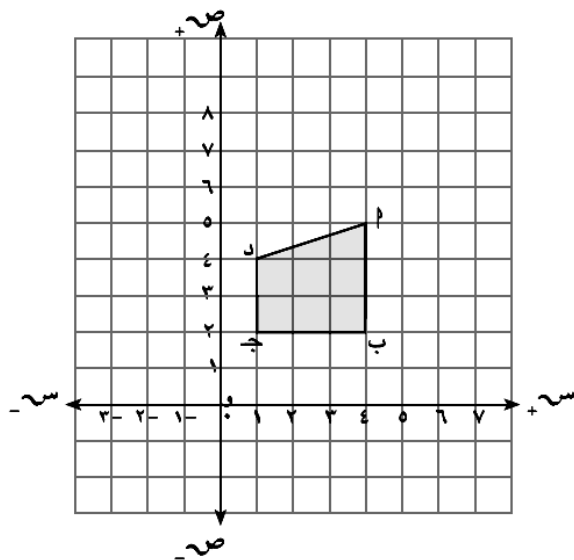
ب. صورة الشكل الرباعي أ ب ج د

أ. صورة القطعة المستقيمة د هـ

بالانتقال (٣، ٤-)

حيث د (٢، ٠)، هـ (١، ١-)

بالانتقال (س+٣، ص+٢)



٩- أوجد صورة المستطيل P ب ج د

حيث P (١، ٤) ، ب (٣، ٤) ، ج (٣، ١) د (١، ١)

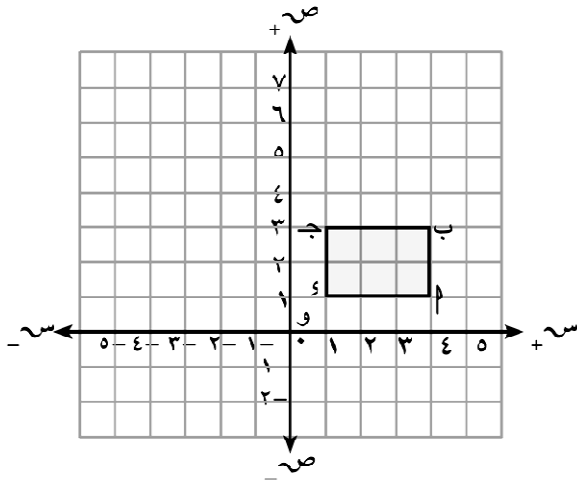
بان انتقال (س+٣، ص+٣)

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{P}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{B}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{C}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{D}$$



١٠- أوجد صورة المستطيل P ب ج د

حيث P (١، ٤) ، ب (٣، ٤) ، ج (٣، ١) د (١، ١)

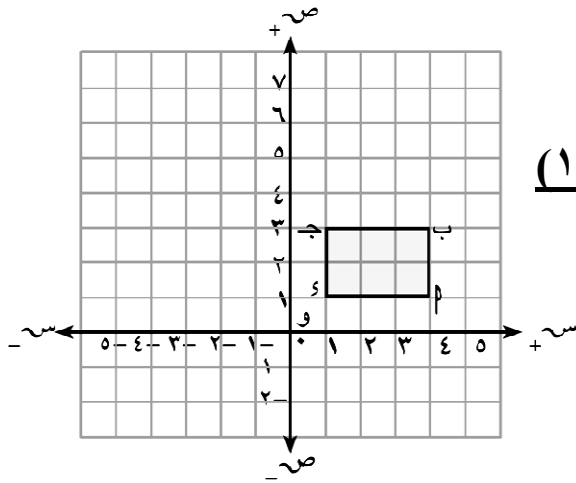
بان انتقال (س+٣، ص+٣)

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{P}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{B}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{C}$$

$$(\dots, \dots) = (\dots, \dots) = \hat{D}$$



١١- أوجد صورة المثلث

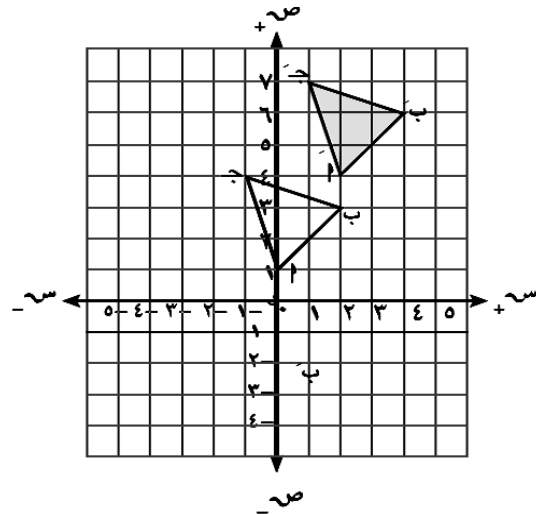
حيث P (١، ٠) ، ب (٣، ٢) ، ج (-١، ٤)

بان انتقال (س+٢، ص+٣)

من الشكل المقابل:

حدد إحداثيات النقاط P، ب، ج

P (.....،)، ب (.....،)، ج (.....،)

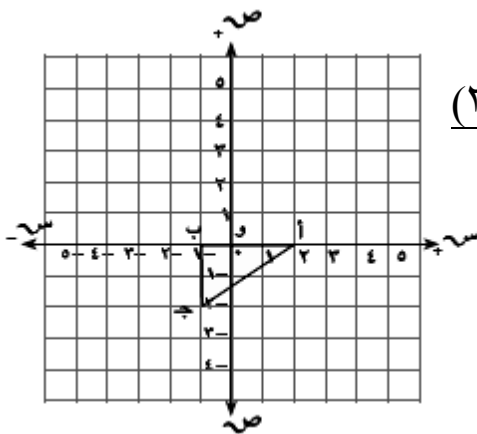


١٢- أوجد صورة Δ P ب ج بان انتقال (س+٢، ص+٣)

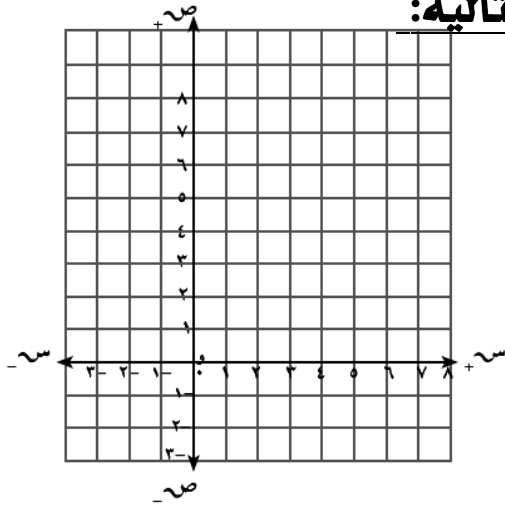
طول ب ج =

طول P ب =

Δ P ب ج متماثل أم لا؟



١٣- على المستوى الإحداثي المقابل: حدد النقاط التالية:



$P(2, -2)$ ، ب $(1, 1)$ ، ج $(1, 6)$

أوجد P صورة P بانتقال $(2, -1)$

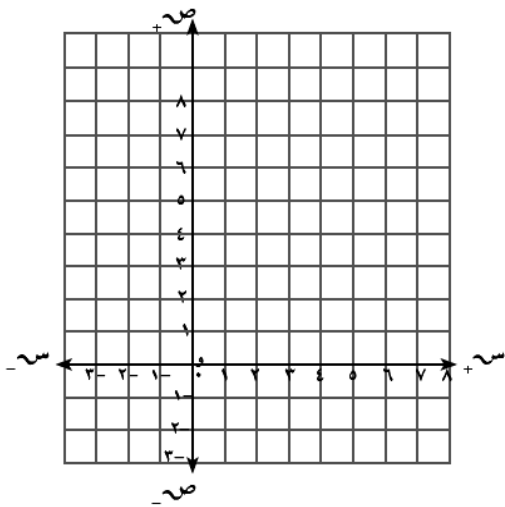
أوجد ب ج صورة ب ج بانتقال $(3, 1)$

أوجد ب ج ب ب

احسب محيط ومساحة الشكل ب ب ج ج

ادرس تماثل الشكل ب ب ج ج

١٤- حدد في مستوى الإحداثيات النقاط التالية:-



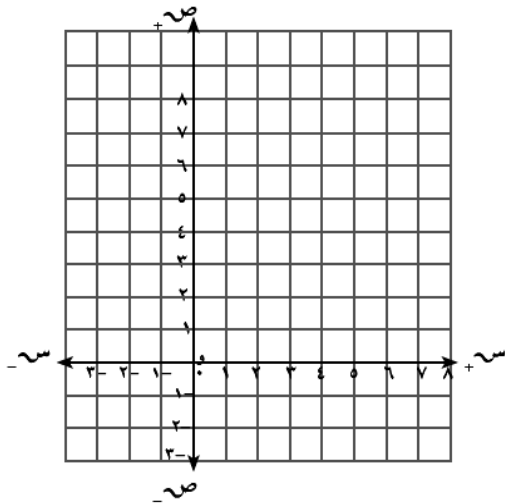
$P(4, -3)$ ، ب $(1, 4)$ ، ج $(1, 2)$ ثم أوجد:-

$P = \dots\dots\dots$

ب ج = $\dots\dots\dots$

صورة Δ أ ب ج بانتقال $(0, -3)$

١٥- حدد في المستوى الإحداثي كل من النقاط التالية



$P(3, 2)$ ، ب $(4, 3)$ ، ج $(4, 7)$ ثم أوجد:-

ب ج = $\dots\dots\dots$ وحدة طول ،

ا ب = $\dots\dots\dots$ وحدة طول

صورة Δ أ ب ج بانتقال $(0, -4)$

مساحة Δ أ ب ج بانتقال

٣- مساحة الدائرة

درسنا في العام الماضي أن:

القطاع الدائري: جزء من سطح الدائرة يتحدد بقوس ونصف القطرين المارين بنهايتي القوس.

كما درسنا في العام الماضي أن النسبة التقريبية ط أو π (باي) = $\frac{\text{محيط الدائرة}}{\text{طول القطر}}$

وقيمتها $\frac{22}{7}$ أو ٣,١٤ تقريباً.

وأن محيط الدائرة = ط \times طول القطر

أو محيط الدائرة = ٢ ط نق.

ندرس في هذا العام مساحة الدائرة

مساحة الدائرة = ط نق \times نق

مساحة الدائرة = ط نق^٢

مثال:- دائرة نصف قطرها ٤سم , احسب مساحة سطحها , علماً بأن ط = ٣,١٤

مساحة الدائرة = ط نق^٢ = ٣,١٤ \times ٤ \times ٤ = ٥٠,٢٤ سم^٢

مثال:- دائرة طول قطرها ١٤ سم , احسب مساحة سطحها , علماً بأن ط = $\frac{22}{7}$

طول القطر = ١٤ سم، نق = ٧ سم

مساحة الدائرة = ط نق^٢ = $\frac{22}{7} \times ٧ \times ٧ = ١٥٤$ سم^٢

مثال:- دائرة مساحة سطحها ١١٦ سم^٢ , احسب طول نصف قطرها ومحيطها علماً

بأن ط = $\frac{22}{7}$

مساحة الدائرة = ط نق^٢

~~١١٦ = $\frac{22}{7} \times \text{نق}^2$~~

نق^٢ = $\frac{٧ \times ١١٦}{٢٢} = ١٩٦$

نق = ١٤ سم

المحيط = ٢ ط نق = ٢ \times $\frac{22}{7} \times ١٤ = ٨٨$ سم

لإيجاد نق إما بأخذ الجذر التربيعي

$\sqrt{١٩٦} = \sqrt{\text{نق}^2} = \text{نق} = ١٤$ سم

أو بالتحليل

٢	{	٢		٩٦
٢	{	٢		٩٨
×	{	٧		٤٩
٧	{	٧		٧
				١

نوربات

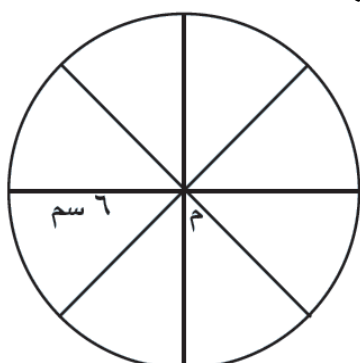
١. اختر الإجابة الصحيحة:

- مساحة سطح الدائرة =
 أ. ط نق ب. ط نق^٢ ج. ط نق د. ط نق^٢
 دائرة قطرها ٨ سم فإن مساحتها ≈ سم^٢
 أ. ٥٢ ب. ٥٠ ج. ٥٣ د. ٤٨

٢. دائرة قطرها ١٢ سم، احسب مساحة سطحها، علما بأن ط = ٣,١٤

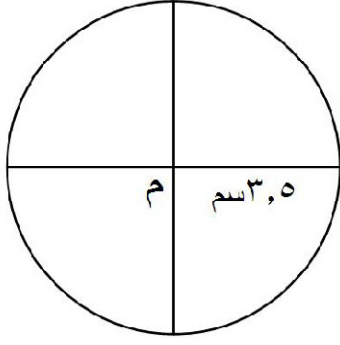
٣. دائرة قطرها ١٤ سم، احسب مساحة سطحها ومحيطها، ط = $\frac{22}{7}$

٤. في الشكل المقابل دائرة م نصف قطرها ٦ سم، قسمت إلى ٨ قطاعات دائرية متساوية أوجد مساحة القطاع الواحد. ط = ٣,١٤



٥. في الشكل المقابل دائرة م، نصف قطرها ٤ سم، قسمت إلى خمسة قطاعات دائرية متساوية، احسب مساحة سطح القطاع الواحد. ط = ٣,١٤



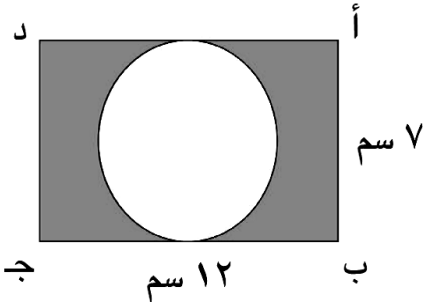


٦- في الشكل المقابل دائرة م ، طول نصف قطرها ٣,٥ سم. قسمت إلى أربعة قطاعات دائرية متساوية - احسب

$$\frac{22}{7} = \text{ط} \text{ مساحه سطح القطاع الواحد علما بأن } \text{ط} = \frac{22}{7}$$

.....

.....

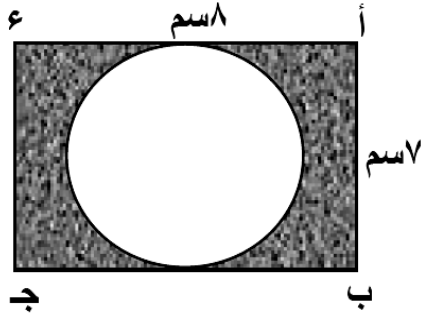


٧- في الشكل المقابل أ ب ج د مستطيل طوله ١٢ سم ،

$$\frac{22}{7} = \text{ط} \text{ احسب مساحه الجزء المظلل ط} = \frac{22}{7}$$

.....

.....



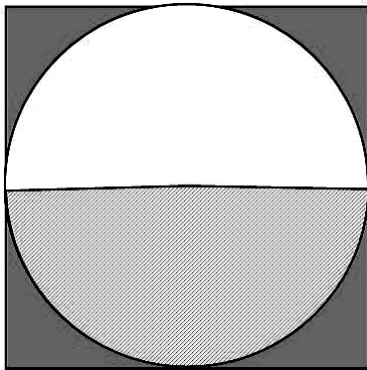
٨- في الشكل المقابل أ ب ج د مستطيل طوله ٨ سم ،

$$\frac{22}{7} = \text{ط} \text{ احسب مساحه الجزء المظلل ط} = \frac{22}{7}$$

.....

.....

٩- في الشكل المقابل : دائرة م مرسومة داخل مربع طول ضلعه ١٠ سم.



احسب مساحه الجزء المظلل بالشكل (ط = ٣,١٤).

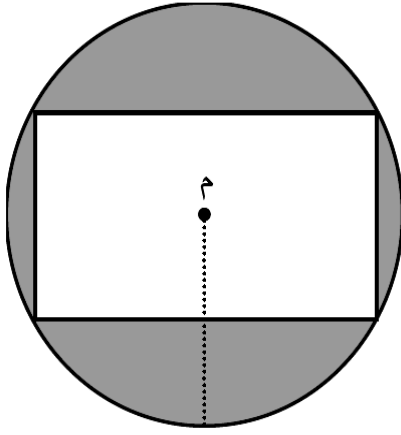
.....

.....

.....

.....

١٠. في الشكل المقابل دائرة م. طول نصف قطرها ٥ سم ، داخلها مستطيل طوله ٨ سم عرضه ٦ سم. احسب مساحة الجزء المظل (ط = ٣,١٤).



١١. تورتة عيد ميلاد دائرية الشكل قطرها ٢٥ سم ، قسمت إلى ٨ أجزاء متساوية ، احسب مساحة سطح الجزء الواحد ، مقربا الناتج لأقرب عدد صحيح (ط = ٣,١٤).



١٢. طاولة طعام سطحها على شكل دائرة ، طول قطرها ١,٥ متر ، يراد تغطية سطحها بلوح زجاج مساو له تماما ، احسب التكلفة إذا كان سعر المتر المربع من الزجاج ٦٠ جنيها. (ط = ٣,١٤)



١٣. دائرة محيطها ٧٧ سم ، احسب مساحة سطحها ط = $\frac{22}{7}$

١٤. دائرة محيطها ٨٨ سم ، احسب مساحة سطحها ط = $\frac{22}{7}$

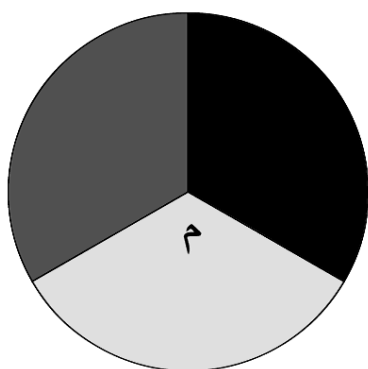
١٥- دائرة محيطها ٦٢,٨ سم - احسب مساحة سطحها , علما بأن ط = ٣,١٤.

١٦- دائرة محيطها ٥٧,٢ سم , احسب مساحة سطحها . علما بأن ط = $\frac{22}{7}$.

١٧- في الشكل المقابل: دائرة م , قسمت إلى ثلاثة قطاعات دائرية متساوية , فإذا

كانت مساحة سطح القطاع الواحد ٣٧,٧ سم^٢ . أوجد طول

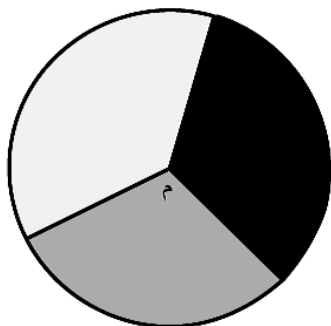
نصف قطرها علما بأن ط = ٣,١٤.



١٨- في الشكل المقابل دائرة م , قسمت إلى ثلاثة قطاعات

دائرية متساوية , فإذا كانت مساحة سطح القطاع

الواحد ٧,٧٣ سم^٢ أوجد طول نصف قطرها (ط = ٣,١٤) .

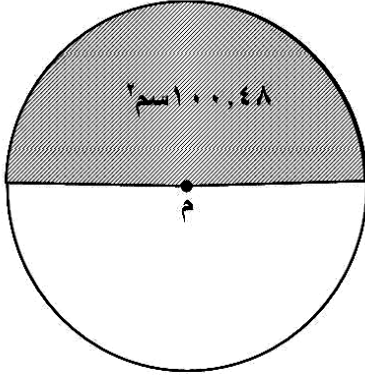


١٩- دائرة مساحة سطحها ٣١٤ سم^٢ , احسب محيطها علما بأن ط = ٣,١٤.

٢٠- دائرة مساحة سطحها ١٢٥٦ سم^٢ , احسب محيطها علما بأن ط = ٣,١٤.

٢١. في الشكل المقابل دائرة م نصف مساحة سطحها ١٠٠,٤٨ سم^٢

احسب محيطها (ط = ٣,١٤).



.....

.....

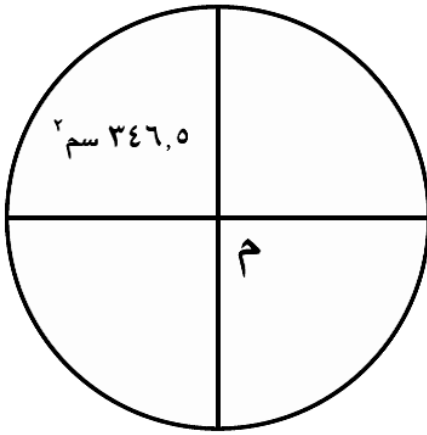
.....

.....

.....

٢٢. دائرة قسمت إلى أربعة قطاعات دائرية، فإذا كانت مساحة سطح القطاع الواحد

٣٤٦,٥ سم^٢ احسب محيط الدائرة ط = $\frac{٢٢}{٧}$



.....

.....

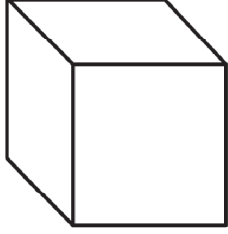
.....

.....

.....

٤- [أ] المساحة الجانبية والكلية للمكعب

درسنا في الفصل الدراسي الأول أن المكعب له ٦ أوجه متطابقة و ١٢ حرف متطابقة.

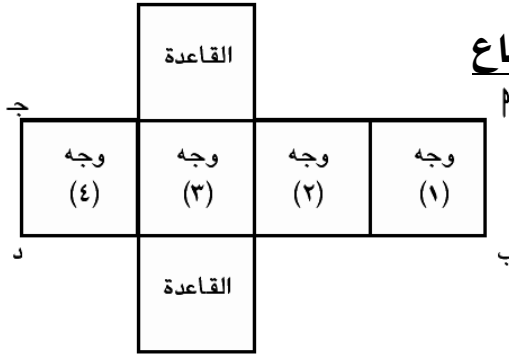


كما درسنا من قبل أن محيط المربع = طول الضلع $\times 4$

مساحة المربع = طول الضلع \times نفسه

مساحة وجه المكعب = طول الحرف \times نفسه

المساحة الجانبية للمكعب = محيط القاعدة \times الارتفاع



المساحة الجانبية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 4$

المساحة الكلية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 6$

ملحوظة هامة لحل المسائل

إذا كان المكعب علبة بدون غطاء - حجره نقوم بطلاء الجدران والسقف - صندوق سيارة

نقل - حمام سباحة تكون: لها قاعدة واحدة فقط بمعنى:

المساحة الكلية = مساحة وجه واحد $\times 5$

مثال: مكعب طول حرفه ٦ سم، أوجد مساحته الجانبية، ومساحته الكلية

مساحة وجه المكعب = طول الحرف \times نفسه = $6 \times 6 = 36$ سم^٢

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 4 = 4 \times 36 = 144$ سم^٢

المساحة الكلية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 6 = 6 \times 36 = 216$ سم^٢

مثال: مكعب مساحته الكلية ٤٨٦ سم^٢، أوجد مساحة الوجه الواحد، ومساحته الجانبية

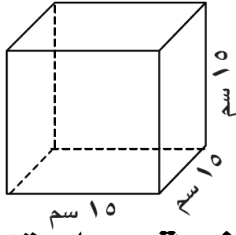
المساحة الكلية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 6$

مساحة وجه المكعب = المساحة الكلية للمكعب $\div 6 = 486 \div 6 = 81$ سم^٢

المساحة الجانبية للمكعب = مساحة وجه واحد $\times 4 = 4 \times 81 = 324$ سم^٢

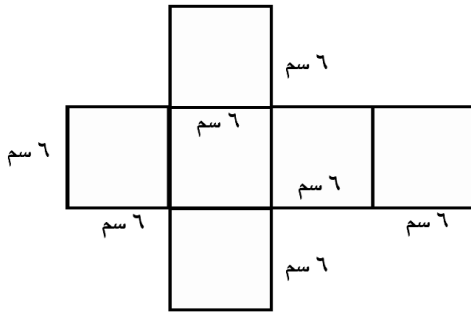
تدريبات

١- احسب المساحة الجانبية والكلية للمجسم:



٢- مكعب طول حرفه ٨ سم , احسب النسبة بين مساحته الجانبية ومساحته الكلية

النسبة بين مساحة الجانبية
والكلية للمكعب دائما هي
٤ : ٦



٣- عند طي الشكل المقابل فإن:

-المجسم الناتج هو:.....

-المساحة الكلية للمجسم الناتج=.....

-المساحة الجانبية للمجسم الناتج=.....

٤- خزان للمياه على شكل مكعب طول حرفه من الداخل ١,٥ مترا , يراد طلاؤه بمادة تمنع الصدأ تكلفة المتر المربع ١٥ جنيها - احسب تكلفة دهان الخزان.

٥- استخدم يوسف قطعة من الورق المقوى مستطيلة الشكل طولها ١,٢ متر ,

وعرضها ٨٠ سم , في تصميم علبة مكعبة الشكل طول ضلعها ٣٠ سم . احسب مساحة

الورق المتبقى بعد تصميم العلبة.

٦- مكعب مجموع أطوال أحرافه ٧٢ سم , احسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية.

٧- مكعب مجموع أطوال أحرفه ١٠٨ سم ، احسب مساحته الجانبية ومساحته الكلية
ثم أوجد النسبة بينهما.

٨- مكعب محيط قاعدته ٢٨ سم ، احسب مساحته الجانبية ومساحتها الكلية.

٩- إذا كانت المساحة الجانبية لمكعب هي ٣٦ سم^٢ . احسب مساحته الكلية.

١٠- مكعب مساحته الكلية ٢٦ سم^٢ ، احسب مساحته الجانبية.

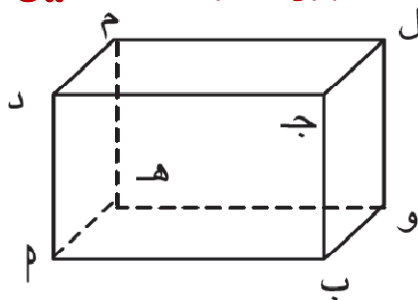
١١- اختر الإجابة الصحيحة:

- إذا كان محيط وجه مكعب يساوي ٤ سم فإن مساحته الكلية = سم^٢
- أ. ٣ ب. ٤ ج. ٥ د. ٦
- مكعب مساحته الكلية ١٥٠ سم^٢ فإن طول حرفه = سم
- أ. ١٥ ب. ٢٥ ج. ٥ د. ٩٠٠

١٢- أكمل الجدول التالي:-

الطول	المساحة الجانبية	المساحة الكلية
٨ سم
.....	١٠٠ ديسم ^٢

٤- [ب] المَساحة الجانبية والكلية لمُتوازي المستطيلات



درسنا من قبل أن متوازي المستطيلات به

كل وجهين متقابلين متطابقين

، له ثلاثة أبعاد (طول، عرض، ارتفاع)

مستطيلة	مربعة	إذا كانت القاعدة
محيط القاعدة	طول الحرف $\times 4$	محيط القاعدة
مساحة القاعدة	طول الحرف \times نفسه	مساحة القاعدة
مستطيلة	مربعة	إذا كانت القاعدة
محيط القاعدة	طول الحرف $\times 4$	محيط القاعدة
مساحة القاعدة	طول الحرف \times نفسه	مساحة القاعدة

المساحة الجانبية لمُتوازي المستطيلات = محيط القاعدة \times الارتفاع

المساحة الكلية لمُتوازي المستطيلات = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

ملحوظة هامة لحل المسائل

إذا كان متوازي المستطيلات علبة بدون غطاء - حجرة نقوم بطلاء الجدران والسقف -

صندوق سيارة نقل - حمام سباحة تكون : لها قاعدة واحدة فقط بمعنى :

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة

مثال : متوازي مستطيلات طوله ٦ سم ، وعرضه ٤ سم وارتفاعه ٨ سم ، وجد : مساحته الجانبية ، ومساحته الكلية .

$$\text{محيط القاعدة} = (\text{الطول} + \text{العرض}) \times 2 = (6 + 4) \times 2 = 20 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \text{الطول} \times \text{العرض} = 6 \times 4 = 24 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 20 \times 8 = 160 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مساحتي القاعدتين} = 160 + (24 \times 2) = 160 + 48 = 208 \text{ سم}^2$$

مثال : علبة على شكل متوازي مستطيلات قاعدتها على شكل مربع طول ضلعه ٩ سم

، فإذا كان ارتفاع العلبة ٢٠ سم . احسب كلا من : مساحتها الجانبية ومساحتها الكلية

$$\text{محيط القاعدة} = \text{طول الضلع} \times 4 = 9 \times 4 = 36 \text{ سم}$$

$$\text{مساحة القاعدة} = \text{طول الضلع} \times \text{نفسه} = 9 \times 9 = 81 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الجانبية} = \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = 36 \times 20 = 720 \text{ سم}^2$$

$$\text{المساحة الكلية} = \text{المساحة الجانبية} + \text{مساحتي القاعدتين} = 720 + (81 \times 2) = 720 + 162 = 882 \text{ سم}^2$$

مثال: حجرة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها من الداخل هي : طولها ٥ مترا ، وعرضها ٣,٥ مترا ، وارتفاعها ٣ مترا ، يراد طلاء جدرانها الجانبية فقط بدهان تكلفة المتر المربع منه ٩ جنيهاً. احسب التكاليف اللازمة لذلك.

$$\begin{aligned} \text{محيط القاعدة} &= (\text{الطول} + \text{العرض}) \times ٢ = ٢ \times (٣,٥ + ٥) = ١٧ \text{ سم} \\ \text{المساحة الجانبية} &= \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ١٧ \times ٣ = ٥١ \text{ سم}^٢ \\ \text{تكلفة الطلاء} &= \text{المساحة بالمتر}^٢ \times \text{ثمن المتر}^٢ = ٩ \times ٥١ = ٤٥٩ \text{ جنيه} \end{aligned}$$

مثال: حجرة أرضيتها مربعة الشكل ، طول ضلعها ٤ مترا وارتفاعها ٣ مترا ، لها باب عرضه ٩٠ سم وارتفاعه ٢ مترا ، لها شباكان متساويان كل منهما مستطيل طوله ١٠٠ سم وعرضه ٦١ سم . احسب تكلفة طلاء جدران الغرفة بدهان تكلفة المتر المربع منه ٩ جنيهاً لأقرب جنيه.

نقوم بحساب المساحة الكلية للحجرة بقاعدة واحدة مع طرح مساحة الباب والشباكين

$$\begin{aligned} \text{محيط القاعدة} &= \text{طول الضلع} \times ٤ = ٤ \times ٤ = ١٦ \text{ متر} \\ \text{مساحة القاعدة} &= \text{طول الضلع} \times \text{نفسه} = ٤ \times ٤ = ١٦ \text{ متر}^٢ \\ \text{مساحة الباب (مستطيل)} &= \text{العرض} \times \text{الارتفاع} = ٩٠ \text{ سم} \times ٢ \text{ متر} = ١٨٠ \text{ سم} \times \text{متر} \\ \text{مساحة الشباك (مستطيل)} &= \text{الطول} \times \text{العرض} = ١٠٠ \text{ سم} \times ٦١ \text{ متر} = ٦١٠٠ \text{ سم} \times \text{متر} \\ \text{المساحة الجانبية} &= \text{محيط القاعدة} \times \text{الارتفاع} = ١٦ \times ٣ = ٤٨ \text{ متر}^٢ \end{aligned}$$

المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مساحة القاعدة - مساحة الباب - مساحة الشباكين

$$= ٤٨ + ١٦ - ١٨ - ٦١٠٠ \times ٢ = ٦٠٩٨ \text{ سم}^٢$$

$$= ٤٨ + ١٦ - ١٨ - ٦٠٩٨ = ١٢٢ \text{ سم}^٢$$

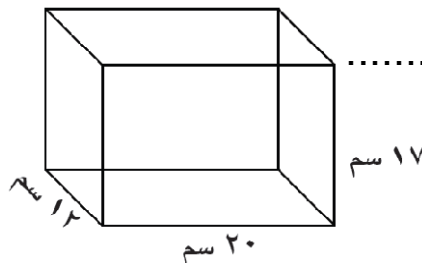
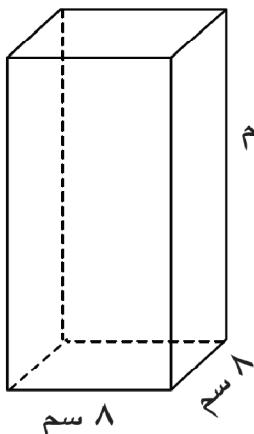
تكلفة الطلاء = المساحة بالمتر^٢ × ثمن المتر^٢ = ٩ × ٦٠٩٨ = ٥٤٨٨٢ ≈ ٥٤٩ جنيه

تدريبات

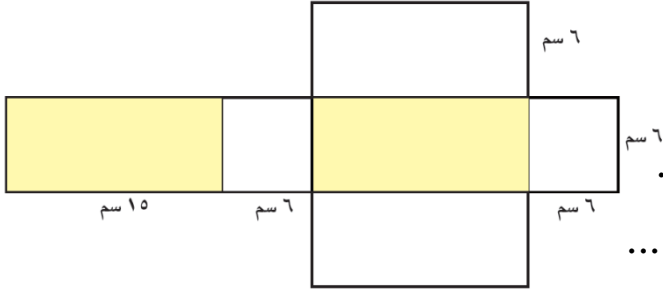
١. أكمل..

المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات =

٢. احسب المساحة الجانبية والكلية لكل مجسم فيما يلي:



٣- عند طي الشكل المقابل فإن:



-المُجَسَّم الناتج هُوَ:.....

-المَسَاحَة الكُلِّيَّة للمُجَسَّم الناتج=.....

-المَسَاحَة الجَانِبِيَّة للمُجَسَّم الناتج=.....

٤- علبة بدون غطاء طولها ١٦ سم , عرضها ٧ سم , ارتفاعها ١٩ سم - احسب كلا من مساحتها الجانبية - ومساحتها الكلية

٥- صندوق لسيارة نقل على شكل متوازي مستطيلات , أبعاده من الداخل ٥ مترا ,

٢,٥ مترا , ١,٦ مترا , يراد طلاؤه من الداخل بدهان تكلفة الم المربع منه ١٢ جنيها -

احسب تكلفة الدهان

٦- حجرة طولها ٥ امتار وعرضها ٤ امتار وارتفاعها ٣ امتار يراد دهان جدرانها

وسقفها بدهان تكلفة المتر المربع الواحد منه ١٥ جنيها . احسب تكلفة الطلاء

٧- حجرة على شكل متوازي مستطيلات أبعادها من الداخل ٧ مترا , ٥ مترا ,

ارتفاعها ٣,٥ مترا . يراد طلاء الجدران والسقف بدهان تكلفة المتر منه ١١ جنيها .

احسب التكلفة اللازمة لذلك.

٨- حجرة طولها ٥ مترا وعرضها ٤ مترا ، وارتفاعها ٣,٢ مترا ، يراد طلاء جدرانها و
سقفها بدهان تكلفة المتر المربع ٨ جنيهات - احسب التكلفة اللازمة ، علما بأن
جدران الغرفة بها فتحات (٢شباك وباب) مساحتها ٨ م

٩- حاوية لنقل البضائع على شكل متوازي مستطيلات أبعادها من الداخل ٤ م ، ٢,٥ م
١,٨ م ، يراد تغطية جوانبها وسقفها بنوع من الصاج ثمن المتر المربع منه ١٥
جنيها ، احسب ثمن الصاج اللازم لذلك.

١٠- استخدمت نيفين قطعة من الورق المقوي مربعة الشكل طول ضلعها ٨٠ سم مع
أدوات قص ولصق لتصميم متوازي مستطيلات طوله ٤٠ سم ، عرضه ٢٠ سم ،
وارتفاعه ٣٠ سم. بين هل تكفي قطعة الورق المقوي لتصميم متوازي المستطيلات أم لا ؛

١١- متوازي مستطيلات مساحته الكلية ١٣٢ سم^٢ ومساحته الجانبية ١١٢ سم^٢ احسب
مساحة قاعدته ؛

١٢- اختر الإجابة الصحيحة

متوازي مستطيلات طوله ٣ سم وعرضه ٢ سم ، وارتفاعه ٤ سم فان مساحته الجانبية=.....سم^٢
أ. ٢٠ ب. ٢٤ ج. ٤٠ د. ٥٢
ارتفاع متوازي مستطيلات الذي مساحته الجانبية ١٢٠ سم^٢ وبعدا قاعدته ٤ سم ، ٦ سم=.....سم^٢
أ. ٥ ب. ٦ ج. ١٢ د. ٢,٥

١٣- حمام سباحة أبعادها من الداخل ٣٠ متراً ، ١٠ متراً ، ١,٥ متراً ، يراد تغطيته ببلاط السيراميك مربع الشكل طول ضلع البلاطة ٢٠ سم ، احسب عدد البلاط اللازم لذلك وإذا كان سعر المتر المربع من السيراميك ٣٢ جنيهاً ، احسب التكلفة الكلية لتغطية جدران وأرضية الحمام.

١٤- متوازي مستطيلات محيط قاعدته ٣٢ سم وارتفاعه ١٠ سم وطول قاعدته ٩ سم احسب مساحته الكلية ومساحته الجانبية

١٥- حمام سباحة بعدي قاعدته ٤٠ م ، ١٠ م ، ارتفاعه ٥,٢ م . يراد تغطيته ببلاط سيراميك مربع الشكل طول ضلع البلاطة ٢٥ سم.

أ. كم عدد الكراتين الكاملة اللازمة لتغطية أرضية وجدران الحمام إذا كان كل كرتون بها ١٦ بلاطه؟
ب. ما تكلفة تبليط الحمام إذا كان سعر المتر المربع من السيراميك ٤٥ جنيهاً، و٥ جنيهاً مصنعية تبليط المتر الواحد

الوحدة الرابعة: الإحصاء والاحتمال

١- تمثيل البيانات الإحصائية بالقطاعات الدائرية

تعلمنا فيما سبق أن:

القطاع الدائري: - جزء من سطح الدائرة يتحدد بقوس ونصف القطرين المارين بنهايتي القوس.

زاوية القطاع الدائري: - لكل قطاع دائري زاوية تُسمى زاوية القطاع الدائري وهي زاوية مركزية لأن رأسها عند مركز الدائرة.

مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = 360°

مثال:- مساحة القطاع (١) = $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة

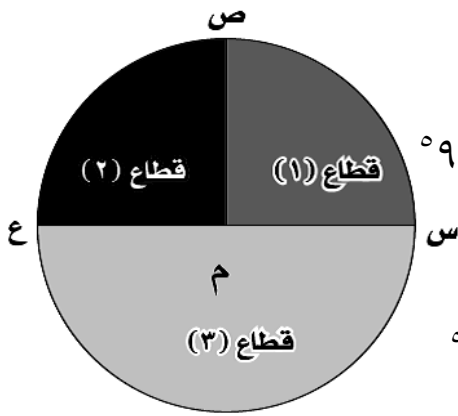
ق (> ص م ص) أو زاوية القطاع الأول = $90^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{4}$

مساحة القطاع (٢) = $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة

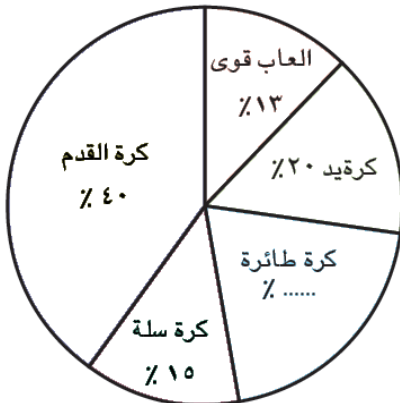
ق (> ص م ع) أو زاوية القطاع الثاني = $90^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{4}$

مساحة القطاع (٣) = $\frac{1}{4}$ مساحة الدائرة

ق (> ص م ع) أو زاوية القطاع الثالث = $180^\circ = 360^\circ \times \frac{1}{2}$



مثال: الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ يُوَضِّحُ النَّسَبَ الْمُنَوَّيَّةَ لِلْأَلْعَابِ الْمُفَضَّلَةِ لِأَعْضَاءِ أَحَدِ الْأَنْدِيَةِ الرِّيَاضِيَّةِ مِنْ خِلَالِ اسْتِطْلَاعِ آرَائِهِمْ مُمَثَّلَةً بِالْقِطَاعَاتِ الدَّائِرِيَّةِ.



نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ كُرَةَ الْقَدَمِ هِيَ.....

نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ كُرَةَ الْيَدِ هِيَ.....

نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ كُرَةَ السَّلَةِ هِيَ.....

نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ الْكُرَةَ الطَّائِرَةَ هِيَ.....

نِسْبَةُ مَنْ يُفَضِّلُونَ أَلْعَابَ الْقُوَى هِيَ.....

إِذَا كَانَ عَدَدُ أَعْضَاءِ النَّادِي ٢٠٠٠ غُضْوَاءً، كَمْ عَدَدُ

الْأَعْضَاءِ الَّذِينَ يُفَضِّلُونَ كُرَةَ الْيَدِ؟.....

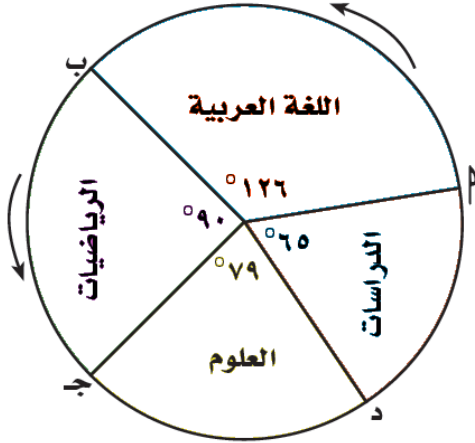
تذكر أن:

١٠٠ % = مساحة الدائرة كلها

تمثيل البيانات بالقطاعات الدائرية

الجدول التالي يوضح النسب المئوية للمواد الدراسية المفضلة لطلاب الصف السادس بإحدى المدارس من خلال استطلاع آرائهم. مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

المادة الدراسية	اللغة العربية	الرياضيات	العلوم	الدراسات الاجتماعية
نسبة عدد التلاميذ	٣٥%	٢٥%	٢٢%	١٨%



$$\text{اللغة العربية} = 360^\circ \times \frac{35}{100} = 126^\circ$$

$$\text{الرياضيات} = 360^\circ \times \frac{25}{100} = 90^\circ$$

$$\text{العلوم} = 360^\circ \times \frac{22}{100} = 79^\circ$$

$$\text{الدراسات الاجتماعية} = 360^\circ \times \frac{18}{100} = 65^\circ$$

لاحظ أن:

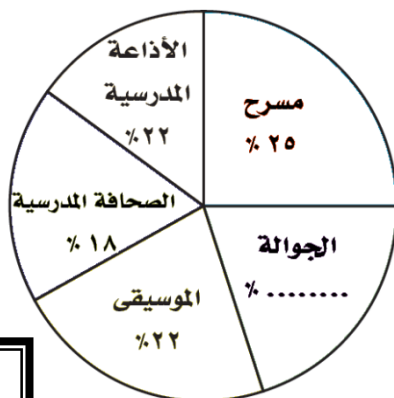
يتم رسم قياسات الزوايا في اتجاه واحد كما بالأسهم

تدريبات

١. اختر الإجابة الصحيحة:

- مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول مركز الدائرة تساوي.....
 أ. ٩٠° ب. ١٠٨° ج. ١٨٠° د. ٣٦٠°
- قياس زاوية قطاع ربع الدائرة تساوي.....
 أ. ٣٠° ب. ٤٥° ج. ٦٠° د. ٩٠°
- قياس زاوية القطاع الدائري التي تمثل $\frac{1}{8}$ مساحة الدائرة.....
 أ. ٣٠° ب. ٤٥° ج. ٦٠° د. ٩٠°

٢. يوضح الشكل المقابل الهوايات المفضلة لتلاميذ أحد الفصول



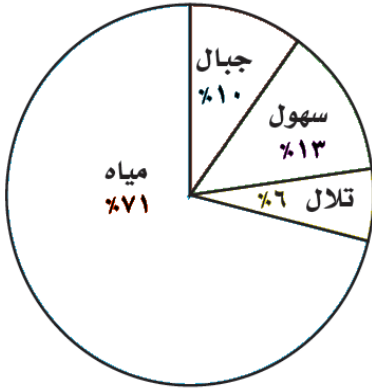
بالصف السادس، ادرس الشكل ثم أجب:

- ما نسبة المسرح بالنسبة لباقي الهوايات ؟
- ما نسبة الإذاعة المدرسية لباقي الهوايات ؟
- ما نسبة الجولة لباقي الهوايات ؟
- ما قياس الزاوية المركزية لقطاع الموسيقى ؟
- ما أقل الهوايات تفضيلاً من جانب التلاميذ ؟
- ما أكبر الهوايات تفضيلاً من جانب التلاميذ ؟

٣- يوضح الشكل المقابل توزيع المكونات الطبيعية لسطح الأرض.

ادرس الشكل وأكمل الجدول التالي:

جبال	تلال	سهول	مسطحات مائية	مكونات سطح الأرض
.....	نسبة المكونات



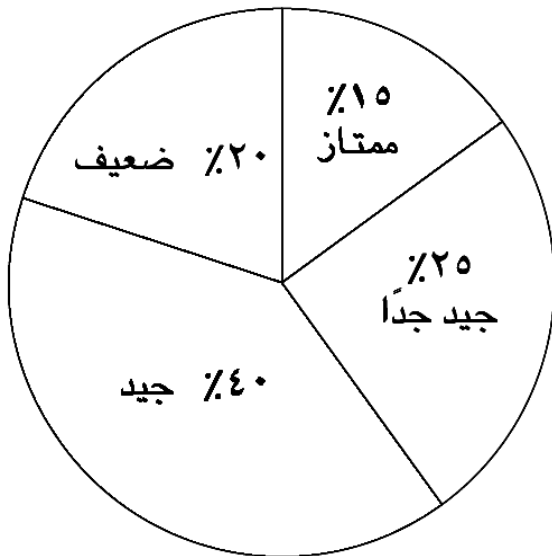
- ما المكون الذي يمثل أصغر نسبة من سطح الأرض؟

- ما المكون الذي يمثل أكبر نسبة من سطح الأرض؟

- ما قياس الزاوية المركزية لقطاع السهول؟

٤- الشكل التالي يمثل تقديرات ٤٠ تلميذاً في اختبار مادة الرياضيات. فرغ تلك

البيانات في الجدول التالي، ثم احسب قياس الزاوية المركزية لكل تقدير:



التقدير	النسبة المئوية	عدد التلاميذ	قياس الزاوية المركزية
ممتاز			
جيد جداً			
جيد			
ضعيف			
المجموع			

٥- اشترك خمسة أصدقاء في تأسيس مشروع تجاري برأس مال قدره ٦٠٠٠٠ جنيه

فدفع الأول ١٢٠٠٠ جنيه، ودفع الثاني ٦٠٠٠ جنيه، ودفع الثالث ١٥٠٠٠ جنيه، ودفع الرابع ٩٠٠٠ جنيه، ودفع الخامس الباقي. وضح ذلك بالقطاعات الدائرية.

.....

.....

.....

.....

.....

٦- الجدول التالي يوضح نسب إنتاج البيض لثلاث مزارع خلال شهر. قام بجمعها متعهد لتوزيعها على المحال التجارية :

المرعة	الأولى	الثانية	الثالثة
نسبة الإنتاج	٢٥%	٣٥%	٤٠%

مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

.....

.....

.....

٧- الجدول التالي يوضح النسب المئوية لإنتاج مصنع لثلاثة أنواع من سخانات المياه الكهربائية.

النوع	الأول	الثاني	الثالث
نسبة الإنتاج	٥٥%	٣٠%	١٥%

-مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية.

-إذا كان جُمْلَةُ إنتاج المَصْنَع ٢٠٠٠ سخَّان، فَكَمْ يَكُونُ إنتاجُهُ مِنَ النَّوعِ الثَّانِي؟

.....

.....

.....

.....

٨- الجدول التالي: يوضح نسب إنتاج احد المصانع لأربعة أنواع من الأجهزة الكهربائية:

نوع الجهاز	تلفزيون	غسالة	ثلاجة	بوتجاز
سعة الإنتاج	٣٥%	٢٥%	١٥%	٣٠%

مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية

.....

.....

.....

.....

٩- الجدول التالي يبين نسب إنتاج مصنع للأدوات الكهربائية المنزلية

نوع الجهاز	غسالة	سخان	بوتجاز	خلاط
نسبة الإنتاج	٣٠%	١٥%	٤٠%	١٥%

مثل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية.

.....

.....

.....

.....

١٠- الجدول التالي يبين نسب إنتاج الدواجن لأربع مزارع خلال شهر.

المزرعة	الأولى	الثانية	الثالثة	الرابعة
نسبة الإنتاج	١٠%	٣٥%	٣٠%

أكمل الجدول السابق

مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية

.....

.....

.....

.....

١١- الجدول التالي يوضح البرامج التلفزيونية المفضلة التي يشاهدها تلاميذ

أحد الفصول بالصف السادس وهي كالتالي:

المادة الدراسية	ترفيهي	ثقافي	إخباري	درامي	رياضي
عدد الساعات	٩	٥	٤	٧	١١

مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية ، ثم أجب عن الأسئلة التالية:

ما البرامج الأكثرُ أفضليةً والأخرى الأقل أفضليةً من جانب التلاميذ ؟

.....

.....

.....

.....

.....

.....

١٢- الجدول التالي يوضح نسب عدد الطلاب المشاركين في الأنشطة المدرسية.

النشاط	الثقافي	الرياضي	الاجتماعي	الفني
نسبة الطلاب	٥%	٤٥%	١٥%	٣٥%

مثل البيانات السابقة بالقطاعات الدائرية.

.....

.....

.....

.....

١٣- الجدول التالي يوضح النسب المئوية للرياضة المفضلة لدى تلاميذ فصلك:

الرياضة المفضلة	كرة قدم	كرة سلة	كرة طائرة	سباحة	تنس طاولة
نسبة عدد التلاميذ	٤٥%	٩%	٢٤%	١٠%	١٢%

مثل البيانات السابقة باستخدام القطاعات الدائرية.

.....

.....

.....

.....

.....

١٥- إذا كانت أحد الأسر تنفق راتبها الشهري على النحو التالي:

٤٠% للطعام، ٢٠% للمسكن، ٣٠% مصروفات، وتُدخِرُ الباقي.

مثل هذه البيانات باستخدام القطاعات الدائرية ثم أجب عما يلي:

- إذا كان دخل الأسرة الشهري ٩٠٠ جنييه. فما مقدار ما تدخره الأسرة في السنة.
- أسرة أخرى تنفق راتبها الشهري بنفس الطريقة وتدخر ٧٠ جنيهاً شهرياً، فما الراتب الشهري لتلك الأسرة.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

٢- التجربة العشوائية

التجربة العشوائية:- تجربة يمكن معرفة جميع نتائجها الممكنة قبل إجرائها ، ولكن لا يمكن تحديد الناتج الذي سيحدث فعلاً إلا بعد إجرائها.
فمثلاً: عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإننا نعلم أن النتائج الممكنة هي إما ظهور صورة أو ظهور كتابة ، ولكن لانعلم أى وجه الذى سيظهر إلا بعد إلقائها.
كما يقال أن مجموعة جميع النتائج الممكنة هي فضاء العينة.

التجربة العشوائية	النتائج الممكنة (فضاء العينة)
إلقاء قطعة من النقود مرة واحدة	{صورة ، كتابة}
سحب كرة من صندوق به ثلاث كرات متماثلة (حمراء، صفراء، خضراء)	{حمراء، صفراء، خضراء}
مباراة بين فريقك المفضل وفريق آخر	{فوز فريقك، هزيمة فريقك، تعادل الفريقين}
إلقاء حجر نرد مرة واحدة	{١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

فضاء العينة:- هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز ف وعدد عناصرها ن(ف)

مثال:- إذا كانت التجربة العشوائية هي سحب كرة من صندوق به أربع كرات متماثلة (حمراء - صفراء - خضراء - زرقاء).
اكتب فضاء العينة لهذه التجربة لمعرفة لون الكرة المسحوبة
فضاء العينة هو: {حمراء، صفراء، خضراء، زرقاء}
عدد عناصرها = ٤

مثال:- إذا كانت التجربة العشوائية هي إلقاء قطعتي نقود مختلفتين مرة واحدة أوجد فضاء العينة.
ف = {ص ص، ص ك، ك ص، ك ك}
ن(ف) = ٤

العملة

ص ك

ص ك

ص ص

ك ك

لاحظ أن:

إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين = إلقاء قطعتي نقود معا مرة واحدة
إلقاء حجر نرد مرتين متتاليتين = إلقاء حجرى نرد معا مرة واحدة

فى المثال السابق، إذا كانت التجربة العشوائية هى إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين بشرط ظهور كتابات فقط . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة

تدريبات

١- أكمل: التجربة العشوائية هى

فضاء العينة هو

٢- إذا كانت التجربة العشوائية هى زيارة أحد أقاربك لمعرفة جنس المولود الذى وضعته زوجته . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة . اكتب عدد عناصرها

٣- صندوق به تسع بطاقات متساوية ولها نفس اللون مرقمة من ١ إلى ٩ وبمعرفة رقم البطاقة المسحوبة . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .

٤- فى تجربة إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين لمعرفة الوجه الظاهر . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة . اكتب عدد عناصرها

٥- فى تجربة إلقاء حجر نرد على أن يكون مجموع النقاط بالوجهين العلويين ٧ ، اكتب فضاء العينة . اكتب عدد عناصرها

٦- إذا كانت التجربة العشوائية هى إلقاء قطعة نقود مرتين متتاليتين بشرط ظهور صورة فقط . اكتب فضاء العينة لهذه التجربة .

٧- فى تجربة إلقاء حجر نرد على أن يكون عدد النقاط بالوجه العلوى عدداً فردياً اكتب فضاء العينة . اكتب عدد عناصرها

٨- إذا كانت التجربة العشوائية هى زيارة إحدى العائلات التى لديها طفلان لمعرفة جنس الطفلين اكتب فضاء العينة لهذه التجربة . اكتب عدد عناصرها

٣- الاحتمال

التجربة العشوائية: علمنا في الدرس السابق أن فضاء العينة هو مجموعة جميع النواتج الممكنة للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز (ف) كما يرمز لعدد عناصرها بالرمز ن(ف)

وندرس في هذا الدرس

الحدث: هو أي نتائج نحصل عليها داخل تجربة عشوائية.

الحدث P هو مجموعة جزئية من فضاء العينة
وعدد عناصره هو عدد مرات حدوثه ن(P)
بحيث $0 \leq \text{ن(} P \text{)} \leq \text{ن(ف)}$

احتمال الحدث: أو احتمال وقوع الحدث هو النسبة بين عدد عناصر الحدث إلى

عدد عناصر فضاء العينة. ويرمز له بالرمز (ل)

مثال: عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة الوجه العلوي

أوجد احتمال الحدث (P) ظهور عدد زوجي على الوجه العلوي

الحدث (ب) ظهور عدد أكبر من ٥ على الوجه العلوي

الحدث (ج) ظهور عدد أصغر من ٧

الحدث (د) ظهور عدد أكبر من ٦

ن(ف) = ٦

ن(P) = ٣

ن(ب) = ١

ن(ج) = ٦

ن(د) = صفر

فضاء العينة (ف) = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

(P) = {٢، ٤، ٦}

(ب) = {٦}

حدث مؤكد (ج) = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

حدث مستحيل (د) = \emptyset

ل(P) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث (} P \text{)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

ل(ب) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث (ب)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{6}$

ل(ج) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث (ج)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{6}{6} = 1$

ل(د) = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث (د)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{0}{6} = \text{صفر}$

مثال: صندوق به تسع بطاقات متماثلة مكتوب على كل منها عددًا من الأعداد من

(١٠ إلى ٩٠) خلطت جيدًا ثم سحبت بطاقة عشوائيًا. احسب احتمال الأحداث التالية:

١ الحدث P حيث P عدد يقبل القسمة على ٥

٢- الحدث ب حيث ب عدد يقبل القسمة على ٣

٣- الحدث ج حيث ج عدد فردى

(ف) = {١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٦٠، ٧٠، ٨٠، ٩٠} ، ن(ف) = ٩
(ب) = {١٠، ٢٠، ٣٠، ٤٠، ٥٠، ٦٠، ٧٠، ٨٠، ٩٠} ، ن(ب) = ٩ ، ل(ب) = ١
(ب) = {٣٠، ٦٠، ٩٠} ، ن(ب) = ٣ ، ل(ب) = $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ ، $٣٣\% = ٠,٣٣ = \frac{1}{3}$
(ج) = \emptyset ، ن(ج) = صفر ، ل(ج) = صفر

يمكن كتابة الاحتمال فى صورة كسر عادى أو كسر عشرى أو نسبة مئوية

مثال: فى مسابقة الطالب المثالى بإحدى المدارس تقدّم ٦٣ تلميذاً و تلميذة ، إذا كان

احتمال أن تكون إحدى التلميذات هى الطالب المثالى هو $\frac{4}{9}$ ، احسب عدد التلميذات المشتركات فى المسابقة.

$$\text{احتمال أن تكون تلميذة} = \frac{\text{عدد التلميذات}}{\text{العدد الكلى للتلاميذ}} = \frac{\cancel{\frac{4}{9}} \times 63}{63} = \frac{63 \times 4}{9} = 28 \text{ تلميذة}$$

ملحوظة: التجربة المعروف نتيجتها مسبقا لاتعتبر تجربة عشوائية (احتمالية)
مثل: سحب كرة من صندوق به ٣كرات حمراء. معروف انها ستكون كرة حمراء

تدريبات

١. اختر الإجابة الصحيحة..

فى تجربة إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة ، إذا كان أ هو حدث ظهور عدد اقل من ٤

فإن ل(أ) = أ. $\frac{5}{6}$ ب. $\frac{2}{3}$ ج. $\frac{1}{6}$ د. $\frac{1}{6}$

القيت قطعة نقود منتظمة ١٠٠٠ مرة فإن اقرب عدد متوقع لظهور الصورة يساوي.....

أ. ٤٩٦ ب. ٥٠٣ ج. ٦٠٠ د. ٩٩٩

عند إلقاء حجر نرد وملاحظة الوجه العلوى فإن إحتمال الحصول على عدد أكبر من ٦

يساوى..... أ. \emptyset ب. صفر ج. $\frac{1}{6}$ د. $\frac{1}{3}$

٢- فى تجربة إلقاء حجر نرد مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى،

اكتب فضاء العينة ، ثم أوجد احتمال الحدث التالى P حيث $3 \geq P$

٣- في تجربة إلقاء حجر نردٍ مُنتظمٍ مرةً واحدةً وملاحظة عددِ النِّقاطِ عَلَى الوجهِ العلويِّ أوجد احتمالَ:

• الحدث M حيث M ظهور عدد أقل من ٥

• الحدث B حيث B ظهور عدد يحقق المتباينة $B \leq 3$

٤- في تجربة إلقاء حجر نردٍ منتظمٍ مرة واحدة وملاحظة عدد النقاط على الوجه العلوي أوجد احتمال:

أ - الحدث M حيث M ظهور عدد أقل من ٤

ب - الحدث B حيث B يحقق المتباينة $1 < B < 6$

٥- صندوقٌ يَحْتَوِي عَلَى ٢٥ كرةً ملونةً ١٣ حمراء، ١٢ صفراء. فإذا تمَّ سحبُ كرةٍ من الصندوق بطريقتٍ عشوائيةٍ . احسب احتمالَ:

- الحدث M حيث M الكرة حمراء.

- الحدث B حيث B الكرة صفراء.

٦- صندوق به ٥ كرات بيضاء، ٣ كرات زرقاء، ٨ كرات حمراء جميعها متماثلة.

سحبت كرة دون النظر إليها فما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة.

أولاً: خضراء ثانياً: ليست حمراء

٧- صندوقٌ به ٨ كراتٍ بيضاء ، ١٢ كرةً حمراءَ جميعُها متماثلةٌ سحبتُ كرةً دونَ النظرِ إلى الكراتِ داخلَ الصندوقِ . احسب الاحتمالات التالية:

• الكرة المسحوبة بيضاء . • الكرة المسحوبة حمراء . • الكرة المسحوبة زرقاء .

- ٨- صندوق به ٦ كرات بيضاء ، ٩ كرات حمراء ، جميعها متماثلة سحبت كرة بطريقة عشوائية اكتب فضاء العينة ، ثم أحسب الاحتمالات التالية:
- ١- سحب كرة بيضاء.
 - ٢- سحب كرة حمراء.
 - ٣- كرة ليست بيضاء وليست حمراء.

.....

.....

.....

.....

- ٩- سلة بها ١٥ كرة مرقمة بالأرقام من ١ الى ١٥ سحبت كرة واحدة عشوائيا. اكتب فضاء العينة ثم اوجد احتمال ان تكون الكرة المسحوبة:
- اولا : تحمل عددا فرديا ثانيا : تحمل عددا اوليا
- ثالثا : تحمل عددا يقبل القسمة علي

.....

.....

.....

- ١٠- صندوقٌ يحتوى على ١٠ بطاقاتٍ مرقمةٍ ب أعدادٍ زوجيةٍ من (٢ إلى ٢٠) فإذا تمَّ سحبُ إحدى البطاقاتِ بطريقةٍ عشوائيةٍ . احسبِ احتمالَ:
- الحَدَثُ م حيثُ م ظهورُ مضاعفاتِ العددِ ٤
- الحَدَثُ ب حيثُ ب ظهورُ عددٍ زوجيٍّ
- الحَدَثُ ج حيثُ ج ظهورُ عددٍ يقبلُ القِسمةَ على ٣

.....

.....

.....

.....

- ١١- إذا كانتِ التَّجربةُ الاحتماليةُ هي: سحبُ بطاقةٍ عشوائياً من جُملةٍ ٧ بطاقاتٍ مُتساويةٍ مكتوبَ عليها الأرقامُ من ١ إلى ٧ ، اكتبِ فضاءَ العينةِ ، ثمَّ أوجدِ احتمالَ:
٠. الحَدَثُ م حيثُ م هو ظهور عدد أقل من ٤
٠. الحَدَثُ ب حيثُ ب ظهور عدد فردي.
٠. الحَدَثُ ج حيثُ ج ظهور عدد اكبر من ٥

.....

.....

.....

١٢- في تجربة تكوين عددٍ من رقمين هما {٣، ٥} ، اكتبَ قضاءَ العينة ، ثمَّ أوجد احتمال الأحداث التالية:

• الحدث P حيث P رقم الآحاد يساوي رقم العشرات.

• الحدث B حيث B رقم العشرات فردي.

• الحدث J حيث J رقم الآحاد زوجي.

.....

.....

.....

.....

١٣- في تجربة تكوين عددٍ من رقمين من مجموعة الأرقام {٥، ٦} ما احتمال:

-الحدث P حيث P رقم الآحاد فردي.

-الحدث B حيث B مجموع الرقمين ١١

-الحدث J حيث J الرقمان متساويان.

.....

.....

.....

.....

١٤- في تجربة تكوين عدد مكون من رقمين (بدون تكرار الرقم) لمجموعة الأرقام {١، ٢، ٣} أوجد أ. احتمال الحصول على عدد فردي وأولى.
ب. احتمال الحصول على عدد زوجي.

.....

.....

.....

١٥- إذا كانت التجربة الاحتمالية هي : اختيار تلميذ بطريقة عشوائية من فصل به ٤٠ تلميذاً نجح منهم في اختبار مادة الرياضيات ٣٢ تلميذاً ، وفي مادة اللغة العربية ٣٥ تلميذاً. أوجد احتمال:

• الحدث P حيث P تلميذاً ناجحاً في اللغة العربية.

• الحدث B حيث B تلميذاً ناجحاً في الرياضيات.

• الحدث J حيث J تلميذاً راسباً في الرياضيات.

.....

.....

.....

.....

المستوى	عدد التلاميذ
ضعيف	٥
متوسط	٢٥
عال	١٠
المجموع	٤٠

١٦- في أحد فصول الصف السادس الابتدائي قام معلم الرياضيات بتصنيف مستويات تلاميذه - وعددهم ٤٠ تلميذاً - وسجل بياناته بالجدول المقابل:

ثم اختار تلميذاً من هذا الفصل عشوائياً احسب احتمال:

أ - الحدث P حيث P مستوى التلميذ ضعيفاً.

ب - الحدث B حيث B مستوى التلميذ عالياً.

ج - الحدث C حيث C مستوى التلميذ ليس متوسطاً

.....

.....

.....

.....

١٧- فصل به ٤٠ تلميذاً ،طبق عليهم اختباراً في مادة الرياضيات درجته العظمى ٥٠ ، فإذا كانت درجات ٣٠ طالباً أقل من ٤٠ درجة ، ودرجات عشرة طلاب من (٤٠ إلى ٥٠) احسب احتمال:

أ - الحدث A حيث A طالب درجته أقل من ٤٠

ب - الحدث B حيث B طالب درجته تحقق المتباينة $B \leq ٤٠$

.....

.....

.....

١٨- سجلت نتيجة اختبار الرياضيات لشهر اكتوبر لأحد فصول الصف السادس الابتدائي حسب تقديراتهم في الجدول التالي

ممتاز	جيد جدا	جيد	مقبول	ضعيف
٨	١٢	١٦	٨	٤

اختير احد التلاميذ عشوائيا

اوجد احتمال ان يحصل التلميذ علي تقدير جيد

.....

١٩- في تجربة اختيار تلميذين من تلاميذ فصلك لضم أحدهم للعبة كرة السلة بفريق المدرسة، قام التلميذ الأول برمي الكرة ١٠ مرات فسدد منها ٤ رميات ، وقام الثاني برمي الكرة ١٢ مرة فسدد منها ٦ رميات . حدد أي من التلميذين يختاره المدرب بالفريق، ولماذا؟

.....

.....

٢٠- في أحد مراكز التّخسيس تجلسُ ١٠ سيدات تُعانين البدانة وتنتظرن الدّخول لمقابلة الطّبيب المتخصّص ، فإذا كانَ وزنُ ٤ منهنّ بينَ ١٠٠ ، ١١٠ كيلوجرام ، ووزنُ الأخرياتِ بينَ ١١٠ ، ١٢٠ كيلوجرام - احسب الاحتمالاتِ التالية:
دخول سيدة وزنها أقل من ١١٠ كيلوجراماً.
دخول سيدة وزنها أكبر من ١١٠ كيلوجراماً.
دخول سيدة وزنها ٩٠ كيلوجرام.

.....

.....

.....

.....

٢١- في اجتماع لعرض مشكلات العاملين بأحد المصانع حضر ١٠٠ عاملاً من الرجال والسيدات فإذا كان احتمال أن يقف رجل ليعرض مشاكل العمال هو $\frac{3}{5}$ ، احسب عدد كل من الرجال والسيدات في هذه الاجتماع.

.....

.....

.....

٢٢- في مسابقة الطالب المثالي لاحد المدارس تقدم ٤٥ تلميذ وتلميذة. فإذا كان احتمال ان تكون احدي التلميذات هي الطالب المثالي هو $\frac{4}{9}$ ، احسب عدد التلميذات المشتركات في المسابقة.

.....

.....